INSTYTUT ŁĄCZNOŚCI

REFERATY PROBLEMOWE

Zeszyt 37

Zbigniew Kowalski

PUNKTOWE APROKSYMATY TŁUMIENNOŚCI PASMOWEJ PRZY RÓWNOMIERNEJ GĘSTOŚCI WAGI

Warszawa - styczeń 1981

I N S T Y T U T   Ł Ą C Z N O Ś C I

KOŁO ZAKŁADOWE STOWARZYSZENIA ELEKTRYKÓW POLSKICH

Na prawach rękopisu

R E F E R A T Y   P R O B L E M O W E

Zeszyt 37

Zbigniew Kowalski

PUNKTOWE APROKSYMATY TŁUMIENNOŚCI PASMOWEJ PRZY RÓWNOMIERNEJ GĘSTOŚCI WAGI

Warszawa - styczeń 1981

Zespół Redakcyjny:
dr inż. Stanisław Sońta, mgr inż. Andrzej Stagrowski,
mgr inż. Maria Waśniewska

Opracował:
dr inż. Zbigniew Kowalski
Zakład Sieci Telekomunikacyjnych /Z-3/

Instytut Łączności
04-894 Warszawa, ul. Szachowa 1, tel. 128-246

Praca nr 11.01.B.02.01.

Opiniował: mgr Stanisław Brynda

Maszynopis dostarczono dnia 31 października 1980 r.

Przedstawiono metodę obliczeń częstotliwości, przy których należy wyznaczać tłumienności punktowe, aby utworzyć najefektywniejsze aproksymaty tłumienności pasmowej. Podano wzory obliczeniowe współczynników wagowych dla aproksymat o mniejszej efektywności, tworzonych przy założonych częstotliwościach wyznaczania tłumienności punktowych. Wywody teoretyczne zilustrowano przykładami tworzenia aproksymat tłumienności pasmowej dla naturalnego pasma telefonicznego.

Redaktor: mgr K. Juszkiewicz — Montaż tekstu: B. Drabik

Wpłynęło do Działu Wydawniczego Instytutu Łączności
dnia 19.XII.1980 r.
Nakład 70 egz.

SPIS TREŚCI

1. WPROWADZENIE

Celem niniejszego referatu jest przedstawienie metody konstrukcji punktowych aproksymat tłumienności pasmowej czwórników przy założeniu, że wszystkie częstotliwości składowe sygnałów występujących w pasmie przesyłowym $[f_d, f_g]$ są jednakowo ważne.

Podana niżej metoda konstrukcji aproksymat oparta jest na ogólnych zależnościach wyprowadzonych w referacie [2].

Przy przyjętym założeniu funkcja gęstości wagi jest określona wzorem:

$$g(f) = \begin{cases} 0 & \text{dla } f < f_d \\ \dfrac{1}{f_g - f_d} & \text{dla } f_d \leq f \leq f_g \\ 0 & \text{dla } f > f_g \end{cases} \qquad /1\text{-}1/$$

W tym przypadku tłumienność pasmowa czwórnika przyjmuje następującą postać:

$$\bar{A} = \frac{1}{f_g - f_d} \int_{f_d}^{f_g} \varphi(f)\, df \qquad /1\text{-}2/$$

gdzie φ oznacza częstotliwościową charakterystykę tłumienności rozważanego czwórnika.

Na podstawie danych p wartości funkcji φ określonej w punktach f_k /k = 1,...,p/, gdzie:

$$f_d \leq f_1 < \dots < f_p \leq f_g \qquad /1\text{-}3/$$

skalarną wielkość wyrażoną wzorem /1-2/ można przedstawić w postaci:

$$\bar{A} = \sum_{k=1}^{p} G_k \cdot \varphi(f_k) + \bar{R}_p \qquad /1\text{-}4/$$

gdzie współczynniki wagowe G_k są równe:

$$G_k = \frac{1}{f_g - f_d} \int_{f_d}^{f_g} \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{p} \frac{f - f_i}{f_k - f_i}\, df \qquad /1\text{-}5/$$

Występująca we wzorze /1-4/ wielkość $\bar{R}_p$ /równa różnicy wartości średniej $\bar{A}$ funkcji φ w pasmie $[f_d, f_g]$ i liniowej kombinacji p wartości tej funkcji w punktach $f_1, \ldots, f_p$/ wynosi:

$$\bar{R}_p = \frac{1}{p!} \cdot \frac{1}{f_g - f_d} \int_{f_d}^{f_g} \varphi^{(p)}(f_0) \cdot \prod_{k=1}^{p} (f - f_k)\, df \qquad /1\text{-}6/$$

gdzie $\varphi^{(p)}(f_0)$ oznacza wartość pochodnej rzędu p funkcji φ określoną w punkcie $f_0 \in [f_d, f_g]$.

Punktową aproksymatą tłumienności pasmowej czwórnika nazwaliśmy wielkość:

$$\tilde{A} = \sum_{k=1}^{p} G_k \cdot A_k \qquad /1\text{-}7/$$

w której A_k jest oszacowaniem tłumienności punktowej przy częstotliwości f_k rozważanego czwórnika, oszacowaniem nie wykazującym błędu niepoprawności natomiast charakteryzującym się niezależną od częstotliwości wartością σ błędu standardowego niepewności.

Wartość oczekiwana tak określonej aproksymaty wynosi:

$$E\{\tilde{A}\} = \sum_{k=1}^{p} G_k \cdot \varphi(f_k) \qquad /1\text{-}8/$$

zaś wariancja:

$$D^2\{\tilde{A}\} = \sigma^2 \cdot \sum_{k=1}^{p} G_k^2 \qquad /1\text{-}9/$$

Z uwzględnienia /1-4/ w /1-8/ wynika, że

$$E\{\tilde{A}\} = \bar{A} - \bar{R}_p \qquad /1\text{-}10/$$

a więc wielkość /1-7/ jest obciążonym estymatorem tłumienności pasmowej $\bar{A}$, przy czym to obciążenie /błąd niepoprawności aproksymaty/ wynosi $-\bar{R}_p$.

Górną granicę modułu błędu niepoprawności aproksymaty określa nierówność:

$$\left|\bar{R}_p\right| \leq \frac{M_p}{p!}\cdot\left|\frac{1}{f_g-f_d}\int_{f_d}^{f_g}\prod_{k=1}^{p}(f-f_k)\,df\right| \qquad /1\text{-}11/$$

gdzie M_p jest maksymalną wartością modułu pochodnej rzędu p częstotliwościowej charakterystyki rozważanego czwórnika w pasmie przesyłowym. Wprowadzając oznaczenie:

$$\mathcal{L}_p = \frac{1}{p!}\cdot\left|\frac{1}{f_g-f_d}\int_{f_d}^{f_g}\prod_{k=1}^{p}(f-f_k)\,df\right| \qquad /1\text{-}12/$$

mamy:

$$\left|\bar{R}_p\right| \leq \mathcal{L}_p\cdot M_p \qquad /1\text{-}13/$$

a więc współczynnik $\mathcal{L}_p$ jest miarą wpływu wartości bezwzględnej pochodnej rzędu p częstotliwościowej charakterystyki tłumienności czwórnika na wartość bezwzględną błędu niepoprawności p-punktowej aproksymaty tłumienności pasmowej.

Wprowadzając oznaczenie:

$$d_p = \sqrt{\sum_{k=1}^{p} G_k^2} \qquad /1\text{-}14/$$

na podstawie wzoru /1-9/ mamy:

$$D\left\{\tilde{A}\right\} = d_p\cdot\sigma \qquad /1\text{-}15/$$

a więc współczynnik d_p jest miarą przenoszenia błędów niepewności oszacowań tłumienności punktowych na błąd niepewności oszacowania tłumienności pasmowej, uzyskanego na podstawie p-punktowej aproksymaty określonej wzorem /1-7/.

Przy ustalonej liczbie p punktów aproksymacji minimalizacja wielkości /1-9/ zachodzi przy równości współczynników wagowych, tzn. gdy jest spełniony warunek:

$$\bigwedge_{k=1,\dots,p} \qquad G_k \doteq \frac{1}{p} \qquad /1\text{-}16/$$

a wówczas p-punktowa aproksymata tłumienności pasmowej przyjmuje postać:

$$\tilde{\mathbf{A}} = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^{p} \mathbf{A}_k \qquad /1-17/$$

Wartość oczekiwana takiej aproksymaty wynosi:

$$E\left\{\tilde{\mathbf{A}}\right\} = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^{p} \varphi(f_k) \qquad /1-18/$$

zaś wariancja, najmniejsza w zbiorze wszystkich możliwych p-punktowych aproksymat:

$$\min D^2\left\{\tilde{\mathbf{A}}\right\} = \frac{\sigma^2}{p} \qquad /1-19/$$

Natomiast odpowiadający takiej aproksymacie współczynnik przenoszenia błędów niepewności wynosi:

$$\min d_p = \frac{1}{\sqrt{p}} \qquad /1-20/$$

Zbiór częstotliwości $\left\{f_1, \ldots, f_p\right\}$ wyznaczania tłumienności punktowych tworzących p-punktową aproksymatę o równych wagach, można określić rozwiązując układ p równań o postaci:

$$\sum_{k=1}^{p} f_k^r = p \cdot m_r \qquad /1-21/$$

gdzie $r = 1, \ldots, p$, zaś:

$$m_r = \frac{1}{f_g - f_d} \int_{f_d}^{f_g} f^r df = \frac{1}{r+1} \cdot \frac{f_g^{r+1} - f_d^{r+1}}{f_g - f_d} \qquad /1-22/$$

Warto przypomnieć, że przy tym właśnie zbiorze częstotliwości występująca we wzorze /1-18/ wielkość $\bar{R}_p$ przyjmuje wartość zerową, jeśli częstotliwościowa charakterystyka tłumienności czwórnika wyraża się wielomianem stopnia $s \leq p$, tzn. gdy jest spełniony warunek:

$$\varphi(f) = \sum_{r=0}^{s \leq p} a_r \cdot f^r \qquad /1-23/$$

co oznacza, że w tym przypadku p-punktowa aproksymata o równych wagach jest nieobciążonym estymatorem tłumienności pasmowej.

W przypadku wyznaczania tłumienności punktowych przy częstotliwościach f_k różnych od optymalnych, które stanowią rozwiązanie układu równań /1-21/ - warunek /1-16/ nie zostaje spełniony, a więc uzyskuje się p-punktową aproksymatę tłumienności pasmowej, której wariancja jest większa od minimalnej określonej wzorem /1-19/. Względna efektywność takiej p-punktowej aproksymaty wynosi:

$$e_p = \frac{1}{p \sum_{k=1}^{p} G_k^2} \qquad /1-24/$$

przy czym wartość współczynnika e_p jest tym większa /bliższa jedności/, im mniejsze różnice występują między faktycznie przyjętymi a optymalnymi częstotliwościami wyznaczania tłumienności punktowych.

Przy wyznaczaniu wartości optymalnych częstotliwości charakteryzujących najefektywniejsze p-punktowe aproksymaty tłumienności pasmowej, a także przy wyznaczaniu wartości współczynników wagowych charakteryzujących aproksymaty o mniejszej efektywności tworzone przy założonych częstotliwościach, można uzyskać znaczne uproszczenia rachunkowe przez wprowadzenie pomocniczej zmiennej t, związanej z częstotliwością f następującą zależnością:

$$t = 2 \cdot \frac{f - f_d}{f_g - f_d} - 1 \qquad /1-25/$$

Zmienna ta przyjmuje wartości z przedziału $[-1, +1]$ odpowiadającemu wartościom częstotliwości z pasma przesyłowego $[f_d, f_g]$ z jednakową gęstością równą:

$$\hat{g}(t) = \frac{1}{(+1) - (-1)} = \frac{1}{2} \qquad /1-26/$$

Ponieważ zależność odwrotna do /1-25/ ma postać:

$$f = \frac{f_g + f_d}{2} + \frac{f_g - f_d}{2} \cdot t \qquad /1-27/$$

więc częstotliwościową charakterystykę tłumienności czwórnika można wyrazić względem nowej zmiennej t następująco:

$$\varphi(f) = \varphi\left(\frac{f_g+f_d}{2} + \frac{f_g-f_d}{2}\cdot t\right) = \hat{\varphi}(t) \qquad /1\text{-}28/$$

zaś tłumienność pasmową w postaci:

$$\bar{A} = \frac{1}{2}\int_{-1}^{+1} \hat{\varphi}(t)\,dt \qquad /1\text{-}29/$$

2. TWORZENIE APROKSYMAT O RÓWNYCH WAGACH

2.1. Metoda określania wartości optymalnych częstotliwości

Przy tworzeniu p-punktowych aproksymat stawiamy warunek, aby zachodziła równość:

$$\bar{A} = \frac{1}{p}\sum_{k=1}^{p} \hat{\varphi}(t_k) \qquad /2\text{-}1/$$

dla każdego wielomianu stopnia $s \leqslant p$ o postaci:

$$\hat{\varphi}(t) = \sum_{r=0}^{s} a_r \cdot t^r \qquad /2\text{-}2/$$

Podstawiając /2-2/ do /2-1/ i do /1-29/ otrzymujemy następującą postać warunku:

$$\sum_{r=0}^{s} a_r \cdot \frac{1}{2}\int_{-1}^{+1} t^r dt = \sum_{r=0}^{s} a_r \cdot \frac{1}{p}\sum_{k=1}^{p} t_k^r \qquad /2\text{-}3/$$

Oznaczając symbolem:

$$\tau_r = \frac{1}{2}\int_{-1}^{+1} t^r\,dt \qquad /2\text{-}4/$$

moment zwyczajny r-tego rzędu rozkładu wagi określonej wzorem /1-26/, a także uwzględniając, iż równość /2-3/ musi zachodzić przy dowolnych wartościach współczynników a_r /gdzie $r = 0,1,\ldots,s$/, postawiony warunek można sprowadzić do układu /s+1/ równań o postaci:

$$\tau_r = \frac{1}{p}\sum_{k=1}^{p} t_k^r \qquad /2\text{-}5/$$

gdzie $r = 0,1,\ldots,s$.

Jak to wykazano w [2], pkt. 4, dla wyznaczenia wartości p niewiadomych t_k wystarczy rozwiązanie układu p równań o postaci /2-5/ dla $r = 1,\ldots,p$.

Jeżeli uwzględnimy, że:

$$\tau_r = \frac{1-(-1)^{r+1}}{2(r+1)} = \begin{cases} 0 & \text{dla } r \text{ nieparzystych} \\ \frac{1}{2(r+1)} & \text{dla } r \text{ parzystych} \end{cases} \qquad /2\text{-}6/$$

to otrzymamy następującą rozwiniętą postać układu p równań o p niewiadomych: $t_1,\ldots,t_p$:

$$\left.\begin{array}{l} t_1 + t_2 + \ldots + t_p = 0 \\ t_1^2 + t_2^2 + \ldots + t_p^2 = \frac{p}{6} \\ t_1^3 + t_2^3 + \ldots + t_p^3 = 0 \\ t_1^4 + t_2^4 + \ldots + t_p^4 = \frac{p}{10} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ t_1^p + t_2^p + \ldots + t_p^p = \frac{1-(-1)^{p+1}}{2} \cdot \frac{p}{p+1} \end{array}\right\} \qquad /2\text{-}7/$$

Jest to nieliniowy układ równan, posiadający rozwiązania rzeczywiste tylko dla liczby $p = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ i 9. /patrz np. [3], rozdz. XXXVII, pkt. 3.3/.

Wyniki rozwiązań tego układu równań zestawiono w tablicy 1.

Tablica 1

Rozwiązania układu równań /2-7/

p	k	$t_{p+1-k} = - t_k$
1	1	0
2	1	0,577 350 269 1
3	1	0,707 106 781 2
	2	0
4	1	0,794 654 472 3
	2	0,187 592 474 1
5	1	0,832 497 487 0
	2	0,374 541 409 6
	3	0
6	1	0,866 246 818 1
	2	0,422 518 653 8
	3	0,266 635 401 5
7	1	0,883 861 700 8
	2	0,529 656 775 3
	3	0,323 911 910 5
	4	0
9	1	0,911 589 307 7
	2	0,601 018 655 4
	3	0,528 761 783 1
	4	0,167 906 184 2
	5	0

Poszukiwane wartości optymalnych częstotliwości, charakteryzujących najefektywniejsze p-punktowe aproksymaty tłumienności pasmowej można wyznaczyć na podstawie wzoru /1-27/, tzn. z zależności:

$$\bigwedge_{k=1,\dots,p} \quad f_k = \frac{f_g + f_d}{2} + \frac{f_g - f_d}{2} \cdot t_k \qquad /2\text{-}8/$$

Z powyższego wynika, że przy założeniu równomiernej gęstości wagi w paśmie przesyłowym, określonej wzorem /1-1/, najefektywniejsze aproksymaty tłumienności pasmowej istnieją tylko dla liczby punktów aproksymacji:

$$p \leq 7$$

oraz dla: , /2-9/

$$p = 9$$

2.2. Przykład dla pasma telefonii naturalnej

Pasmo przesyłowe telefonii naturalnej ma częstotliwości graniczne: $f_d = 300$ Hz oraz $f_g = 3400$ Hz. W tym przypadku dla $k = 1,\ldots,p$ wzór /2-8/ przyjmuje następującą postać:

$$f_k = 1850 + 1550 \cdot t_k \quad [\mathrm{Hz}] \qquad /2\text{-}10/$$

Należy zwrócić uwagę, że obliczone na podstawie wzoru /2-10/ wartości optymalnych częstotliwości, charakteryzujących aproksymaty o równych wagach, są z reguły nierealizowalne technicznie, ponieważ są określone liczbami niewymiernymi, tzn. o różnych od zera cyfrach rzędu 10^{-r} względem 1 Hz, gdzie $r = 1,2,3,4,5,6,\ldots$ W obecnym stanie techniki pomiarów tłumienności punktowych istnieje możliwość stosowania sygnałów o częstotliwościach określonych z dokładnością do całkowitej liczby Hz. Stosując takie właśnie zaokrąglenia liczb otrzymanych przez podstawienie do wzoru /2-10/ wartości t_k podanych w tablicy 1, można uzyskać technicznie realizowalne wartości częstotliwości f_k wyznaczania tłumienności punktowych, zestawione w tablicy 2. Są to jednak częstotliwości suboptymalne z punktu widzenia największej efektywności aproksymat tłumienności pasmowych, ponieważ tylko w przybliżeniu spełniają warunek /1-16/ równości współczynników wagowych. Szczegółowe wzory umożliwiające obliczenie dokładnych wartości tych współczynników przy założonych wartościach częstotliwości wyznaczania tłumienności punktowych są podane w 3 pkt. niniejszego referatu.

T a b l i c a 2

Częstotliwości wyznaczania tłumienności punktowych charakteryzujące najefektywniejsze p-punktowe aproksymaty tłumienności pasmowych w naturalnym pasmie telefonicznym

/Wartości suboptymalne/

p	k	f_k [Hz]
1	1	1850
2	1	955
	2	2745
3	1	754
	2	1850
	3	2946
4	1	618
	2	1559
	3	2141
	4	3082
5	1	559
	2	1269
	3	1850
	4	2341
	5	3141
6	1	507
	2	1195
	3	1437
	4	2263
	5	2505
	6	3193
7	1	480
	2	1029
	3	1348
	4	1850
	5	2352
	6	2671
	7	3220

cd. tabl.2.

p	k	f_k [Hz]
	1	437
	2	918
	3	1030
	4	1530
9	5	1850
	6	2110
	7	2670
	8	2782
	9	3263

3. TWORZENIE APROKSYMAT PRZY ZAŁOŻONYCH CZĘSTOTLIWOŚCIACH WYZNACZANIA TŁUMIENNOŚCI PUNKTOWYCH

3.1. Metoda określania wartości współczynników wagowych i górnej granicy błędu niepoprawności

Jak widać z przykładu podanego w poprzednim punkcie, częstotliwości wyznaczania punktowych tłumienności czwórników, optymalne ze względu na efektywność aproksymat, nawet po zaokrągleniu do całkowitej liczby Hz, mogą okazać się niewygodne przy przeprowadzaniu pomiarów. Ponadto na podstawie porozumień międzynarodowych ustalono pewne "okrągłe" wartości częstotliwości zalecane do przeprowadzania pomiarów tłumienności punktowych /np. dla naturalnego pasma telefonicznego - zgodnie z zaleceniami: M.58, M.62 oraz 0.22 i Q.49 CCITT [1]/. Oczywiście przy ustalonym zbiorze częstotliwości $\{f_1,\ldots,f_p\}$ wyznaczania tłumienności punktowych można utworzyć p-punktowe aproksymaty tłumienności pasmowej o współczynnikach wagowych określonych wzorem /1-5/. Górną granicę modułu błędu niepoprawności takich aproksymat można wyznaczyć na podstawie wzoru /1-11/, a względną efektywność - ze wzoru /1-24/.

Dla uproszczenia wyrażeń na współczynniki wagowe oraz błąd niepoprawności celowe jest wprowadzenie pomocniczej zmiennej t związanej z częstotliwością f wzorem /1-25/, tzn. zależnością:

$$\bigwedge_{k=1,\ldots,p} \quad t_k = 2\cdot\frac{f_k - f_d}{f_g - f_d} - 1 \qquad /3\text{-}1/$$

W ten sposób danym p wartościom częstotliwości odpowiada zbiór wartości $\{t_1,\ldots,t_p\}$ zmiennej pomocniczej t.

Na podstawie tego ostatniego zbioru danych można obliczyć wartości współczynników wagowych p-punktowej aproksymaty tłumienności pasmowej z następującego wzoru:

$$\bigwedge_{k=1,\ldots,p} \quad G_k = \frac{\mathcal{J}_{p/k}}{\prod\limits_{\substack{j=1\\ j\neq k}}^{p} (t_k - t_j)} \qquad /3\text{-}2/$$

gdzie wielkość:

$$\mathcal{J}_{p/k} = \frac{1}{2}\int_{-1}^{+1} \prod_{\substack{j=1\\ j\neq k}}^{p} (t - t_j)\,dt \qquad /3\text{-}3/$$

przy czym indeks k = 1,...,p odnosi się do odpowiedniej częstotliwości f_k wyznaczania tłumienności punktowej.

Błąd niepoprawności takiej p-punktowej aproksymaty spełnia nierówność:

$$\left|\bar{R}_p\right| \leqslant \frac{M_p}{p!}\cdot\left(\frac{f_g - f_d}{2}\right)^{p+1}\cdot\left|\mathcal{J}_p\right| \qquad /3\text{-}4/$$

gdzie wielkość:

$$\mathcal{J}_p = \frac{1}{2}\int_{-1}^{+1}\prod_{j=1}^{p}(t - t_j)\,dt \qquad /3\text{-}5/$$

Dokonując operacji całkowania we wzorach /3-3/ oraz /3-5/ otrzymujemy następującą postać wielkości $\mathcal{J}_{p/k}$ oraz $\mathcal{J}_p$ dla liczby punktów aproksymacji p = 2,...,9:

Dla p = 2, przy danych wartościach t_1, t_2 mamy:

$$\mathcal{J}_{2/k} = \left[\, t_j \,\right]_{j\neq k} \qquad /3\text{-}6/$$

oraz:

$$\mathcal{J}_2 = \prod_{j=1}^{2} t_j + \frac{1}{3} \qquad /3\text{-}7/$$

Dla p = 3, przy danych wartościach t_1, t_2, t_3 mamy:

$$\mathcal{J}_{3/k} = \left[\prod_{j=1}^{3} t_j + \frac{1}{3} \right]_{j \neq k} \qquad /3\text{-}8/$$

oraz:

$$\mathcal{J}_3 = -\left[\prod_{j=1}^{3} t_j + \frac{1}{3} \sum_{j=1}^{3} t_j \right] \qquad /3\text{-}9/$$

Dla p = 4, przy danych wartościach t_1, t_2, t_3, t_4 mamy:

$$\mathcal{J}_{4/k} = -\left[\prod_{j=1}^{4} t_j + \frac{1}{3} \sum_{j=1}^{4} t_j \right]_{j \neq k} \qquad /3\text{-}10/$$

oraz:

$$\mathcal{J}_4 = \prod_{j=1}^{4} t_j + \frac{1}{3} \sum_{(6)} \prod_{i=1}^{2} t_{j_i} + \frac{1}{5} \qquad /3\text{-}11/^{x/}$$

Dla p = 5, przy danych wartościach t_1, t_2, t_3, t_4, t_5 mamy:

$$\mathcal{J}_{5/k} = \left[\prod_{j=1}^{5} t_j + \frac{1}{3} \sum_{(6)} \prod_{i=1}^{2} t_{j_i} + \frac{1}{5} \right]_{j \neq k} \qquad /3\text{-}12/^{xx/}$$

oraz:

$$\mathcal{J}_5 = -\left[\prod_{j=1}^{5} t_j + \frac{1}{3} \sum_{(10)} \prod_{i=1}^{3} t_{j_i} + \frac{1}{5} \sum_{j=1}^{5} t_j \right] \qquad /3\text{-}13/^{x/}$$

Dla p = 6, przy danych wartościach $t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6$ mamy

$$\mathcal{J}_{6/k} = -\left[\prod_{j=1}^{6} t_j + \frac{1}{3} \sum_{(10)} \prod_{i=1}^{3} t_{j_i} + \frac{1}{5} \sum_{j=1}^{6} t_j \right]_{j \neq k} \qquad /3\text{-}14/^{xx/}$$

---

x/, xx/ Patrz: UWAGA na str. 15.

oraz:

$$\mathcal{J}_6 = \prod_{j=1}^{6} t_j + \frac{1}{3}\sum_{(15)} \prod_{i=1}^{4} t_{j_i} + \frac{1}{5}\sum_{(15)} \prod_{i=1}^{2} t_{j_i} + \frac{1}{7} \qquad /3\text{-}15/^{x/}$$

Dla $p = 7$, przy danych wartościach $t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7$ mamy:

$$\mathcal{J}_{7/k} = \left[\prod_{j=1}^{7} t_j + \frac{1}{3}\sum_{(15)} \prod_{i=1}^{4} t_{j_i} + \frac{1}{5}\sum_{(15)} \prod_{i=1}^{2} t_{j_i} + \frac{1}{7} \right]_{j \neq k} \qquad /3\text{-}16/^{xx/}$$

oraz:

$$\mathcal{J}_7 = -\left[\prod_{j=1}^{7} t_j + \frac{1}{3}\sum_{(21)} \prod_{i=1}^{5} t_{j_i} + \frac{1}{5}\sum_{(35)} \prod_{i=1}^{3} t_{j_i} + \frac{1}{7}\sum_{j=1}^{7} t_j \right] \qquad /3\text{-}17/^{x/}$$

Dla $p = 8$, przy danych wartościach $t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7, t_8$ mamy:

$$\mathcal{J}_{8/k} = -\left[\prod_{j=1}^{8} t_j + \frac{1}{3}\sum_{(21)} \prod_{i=1}^{5} t_{j_i} + \frac{1}{5}\sum_{(35)} \prod_{i=1}^{3} t_{j_i} + \frac{1}{7}\sum_{j=1}^{8} t_j \right]_{j \neq k} \qquad /3\text{-}18/^{xx/}$$

oraz:

$$\mathcal{J}_8 = \prod_{j=1}^{8} t_j + \frac{1}{3}\sum_{(28)} \prod_{i=1}^{6} t_{j_i} + \frac{1}{5}\sum_{(70)} \prod_{i=1}^{4} t_{j_i} + \frac{1}{7}\sum_{(28)} \prod_{i=1}^{2} t_{j_i} + \frac{1}{9} \qquad /3\text{-}19/^{x/}$$

Dla $p = 9$, przy danych wartościach $t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7, t_8, t_9$ mamy:

$$\mathcal{J}_{9/k} = \left[\prod_{j=1}^{9} t_j + \frac{1}{3}\sum_{(28)} \prod_{i=1}^{6} t_{j_i} + \frac{1}{5}\sum_{(70)} \prod_{i=1}^{4} t_{j_i} + \frac{1}{7}\sum_{(28)} \prod_{i=1}^{2} t_{j_i} + \frac{1}{9} \right]_{j \neq k} \qquad /3\text{-}20/^{xx/}$$

---

x/,xx/ Patrz: UWAGA na str. 15.

oraz:

$$J_9 = -\left[\prod_{j=1}^{9} t_j + \frac{1}{3}\sum_{(36)}\prod_{i=1}^{7} t_{ji} + \frac{1}{5}\sum_{(126)}\prod_{i=1}^{5} t_{ji} + \frac{1}{7}\sum_{(84)}\prod_{i=1}^{3} t_{ji} + \frac{1}{9}\sum_{j=1}^{9} t_j\right] \qquad /3\text{-}21/^{x/}$$

UWAGA:

x/ We wzorach na J_p symbol:

$$\sum_{(l)}\prod_{i=1}^{m} t_{ji}$$

oznacza sumę $l = \binom{p}{m}$ iloczynów stanowiących kombinacje bez powtórzeń m elementów z p elementowego zbioru $\{t_j\}$, gdzie $j = 1,\ldots,p$;

xx/ We wzorach na $J_{p/k}$ symbol:

$$\sum_{(l)}\prod_{i=1}^{m} t_{ji}$$

oznacza sumę $l = \binom{p-1}{m}$ iloczynów stanowiących kombinacje bez powtórzeń m elementów z $(p-1)$ elementowego zbioru $\{t_j\}$, gdzie $j \neq k$, przyjmując wszystkie pozostałe wartości $j = 1,\ldots,p$.

3.2. Przykłady dla pasma telefonii naturalnej

Przypuśćmy, że zachodzi potrzeba stosowania w sieci telefonicznej homomorficznych aproksymat x/ pasmowej tłumienności skrośnej, spełniających warunek praktycznej addytywności ocen tych wielkości przy łańcuchowym łączeniu ogniw. Przyjmijmy jako warunek praktycznej addytywności wymaganie, aby przy najdłuższych łańcuchach międzynarodowych uzyskać dostatecznie małe /nie większe od wartości $\varepsilon = 5\%$/ prawdopodobieństwo $\mathcal{P}$ występowania błędów nieaddytywności przekraczających dopuszczalną wartość kwantu q = 1 dB, tzn:

x/ Tego rodzaju aproksymaty określono w referacie [2]; spełniają podane tam warunki: /5-14/ oraz /5-15/.

$$\mathcal{P}\left\{\left|\tilde{A}_{\Sigma} - \sum_{i=1}^{n} \tilde{A}_i\right| > q\right\} \leqslant \varepsilon \qquad /3\text{-}22/$$

gdzie:

- n - jest liczbą ogniw rozważanych łańcuchów /zgodnie z Zaleceniem G.103 CCITT [1]: $n = 15$/;
- $\tilde{A}_{\Sigma}$ - jest aproksymatą pasmowej tłumienności skrośnej n-ogniwowego łańcucha /wyznaczaną na podstawie punktowych pomiarów tłumienności skrośnej całego łańcucha/;
- $\tilde{A}_i$ - jest aproksymatą pasmowej tłumienności skrośnej czwórnika, stanowiącego i-te ogniwo rozważanego łańcucha.

Jak wyprowadzono w [2] pkt. 5, minimalną liczbę p punktów aproksymacji spełniającą wymaganie /3-22/ można wyznaczyć z zależności:

$$p \geqslant \frac{n+1}{e} \cdot \left[\frac{\sigma}{q} \cdot \Phi^{-1}\left(1 - \frac{\varepsilon}{2}\right)\right]^2 \qquad /3\text{-}23/$$

gdzie:

- e - jest efektywnością stosowanych aproksymat, określoną wzorem /1-24/;
- σ - jest błędem standardowym niepewności wyznaczania wartości tłumienności punktowych /przyjmijmy, że $\sigma = 0{,}2$ dB/;
- $\Phi^{-1}(r)$ - jest kwantylem rzędu r standaryzowanego rozkładu normalnego.

Przy $\varepsilon = 0{,}05$ mamy /patrz np. [4], tabl. 2/:

$$\Phi^{-1}\left(1 - \frac{\varepsilon}{2}\right) = \Phi^{-1}(0{,}975) \cong 1{,}959964$$

a więc ze wzoru /3-23/ mamy:

$$p \geqslant \frac{2{,}4585328}{e}$$

co oznacza, że minimalna liczba punktów aproksymacji wynosi:

$$\min p = 3$$

oraz, że przy tej wartości punktów aproksymacji minimalna efektywność tworzonych aproksymat powinna wynosić:

$$\min e \geqslant \frac{2,4585328}{3} = 0,819511$$

W tablicy 3 zebrano wyniki obliczeń charakterystyk różnych 3-punktowych aproksymat tłumienności pasmowej w przypadku, gdy częstotliwości graniczne pasma przesyłowego są równe: $f_d = 300$ Hz i $f_g = 3400$ Hz.

Tablica ta zawiera założone wartości częstotliwości: f_1, f_2, f_3 wyznaczania tłumienności punktowych, a także obliczone na podstawie wzorów /3-1/, /3-8/ i /3-2/ wartości współczynników wagowych G_1, G_2, G_3 oraz wartości następujących współczynników, charakteryzujących jakość utworzonych aproksymat:

/1/ - miary niepoprawności $\mathcal{L}_p$ określonej wzorem /1-12/, którą można przedstawić w następującej postaci:

$$\mathcal{L}_p = \frac{|\mathfrak{J}_p|}{p!} \cdot \left(\frac{f_g - f_d}{2}\right)^{p+1} \qquad /3\text{-}24/$$

gdzie dla $p = 3$ wielkość $\mathfrak{J}_p$ jest określona wzorem /3-9/[x/];

/2/ - miary niepewności d_p, określonej wzorem /1-14/;

/3/ - miary efektywności e_p, określonej wzorem /1-24/.

Podane w tablicy przykłady uporządkowano według wzrastającej wartości względnej efektywności; należy przy tym zauważyć, że ustalony poprzednio warunek na minimalną efektywność: $e \geqslant 0,82$ spełniają jedynie aproksymaty podane w przykładach od nr 6 do nr 10.

[x/] Należy zwrócić uwagę, że $\mathfrak{J}_3 = 0$, gdy jednocześnie zachodzi: $t_2 = 0$ oraz $t_3 = -t_1$, tzn. gdy zachodzi symetria częstotliwości wyznaczania tłumienności punktowych w pasmie przesyłowym, a mianowicie: $f_2 = /f_g + f_d/ : 2$ oraz $f_g - f_3 = f_1 - f_d$. W takim przypadku błąd niepoprawności aproksymaty wyraża się za pomocą pochodnych rzędu wyższego niż trzeci częstotliwościowych charakterystyk tłumienności, co oznacza zwiększenie rzędu dokładności takiej aproksymaty.

T a b l i c a   3

Charakterystyki 3-punktowych aproksymat tłumienności pasmowej /przykłady/

Lp. przykładu	Założone wartości częstotliwości f_k [Hz]			Obliczone wartości współczynników					
	f_1	f_2	f_3	G_1	G_2	G_3	c	d	e
1	300	800	3 400	-0,533 33	1,232 05	0,301 28	0,434 45	1,375 92	0,176
2	400	800	2 800	-0,204 86	0,720 83	0,484 03	0,052 98	0,892 11	0,419
3	400	1 000	2 800	-0,004 63	0,533 95	0,470 68	0,023 19	0,711 80	0,658
4	400	1 007	2 800	-0,000 01	0,529 85	0,470 16	0,022 14	0,708 37	0,664
5	300	1 850	3 400	0,166 67	0,666 67	0,166 67	0	0,707 11	0,667
6	800	1 600	3 200	0,241 32	0,481 77	0,276 91	0,101 89	0,605 82	0,908
7	649	1 850	3 051	0,277 60	0,444 79	0,277 60	0	0,593 27	0,947
8	650	1 850	3 050	0,278 07	0,443 87	0,278 07	0	0,593 01	0,948
9	750	1 850	2 950	0,330 92	0,338 15	0,330 92	0	0,577 38	0,9999
10	754	1 850	2 946	0,333 34	0,333 31	0,333 34	0	0,577 35	$1-2\cdot10^{-9}$

W przykładzie /1/ przyjęto, że częstotliwościami wyznaczania tłumienności punktowych będą granice pasma przesyłowego oraz 800 Hz, tj. podstawowa częstotliwość pomiarowa dla telefonii naturalnej. Należy zauważyć, że przy tak założonych częstotliwościach f_k błąd standardowy niepewności oszacowania uzyskanej aproksymaty wynosi $D\{\tilde{A}\} \approx 1,4 \cdot \sigma$, a więc przekracza błąd standardowy niepewności oszacowań tłumienności punktowych przy poszczególnych częstotliwościach.

W przykładach /2/ oraz /3/ przyjęto, że częstotliwości wyznaczania tłumienności punktowych będą zgodne z zaleceniami 0.22 oraz Q.49 CCITT [1], dotyczącymi automatycznej aparatury pomiarowej ATME dla międzynarodowych łączy telefonicznych. Z porównania efektywności uzyskanych aproksymat wynika, że korzystniejszym jest przyjęcie jako środkowej częstotliwości pomiarowej wartości 1000 Hz zamiast 800 Hz. Jednak mimo większej efektywności aproksymata z przykładu /3/ jest niekorzystna dlatego, że w tym przypadku zachodzi:

$G_1 < 10^{-2} \cdot \frac{G_2 + G_3}{2}$, co oznacza, że wynik pomiaru tłumienności punktowej A_1 przy częstotliwości $f_1 = 400$ Hz ma bardzo mały wpływ na wartość aproksymaty tłumienności pasmowej:

$$\tilde{A} = G_1 \cdot A_1 + G_2 \cdot A_2 + G_3 \cdot A_3$$

W przykładzie /4/ specjalnie tak dobrano częstotliwość $f_2 = 1007$ Hz, aby uzyskać znikomy wpływ wyniku pomiaru tłumienności punktowej A_1 przy częstotliwości $f_1 = 400$ Hz na wartość aproksymaty tłumienności pasmowej. Ponieważ w tym przypadku $G_1 < 10^{-5} \cdot \frac{G_2 + G_3}{2}$, a więc tak utworzona aproksymata w praktyce ma postać:

$$\tilde{A} \cong G_2 \cdot A_2 + G_3 \cdot A_3$$

tzn. jest w rzeczywistości aproksymatą tylko dwupunktową.

W przykładzie /5/ przyjęto, że częstotliwościami wyznaczania tłumienności punktowych będą granice pasma przesyłowego oraz jego środek. Należy zauważyć, że w tym przypadku zachodzi: $C_3 = 0$, co oznacza zwiększenie rzędu dokładności uzyskanej aproksymaty.

W przykładzie /6/ przyjęto, że częstotliwości wyznaczania tłumienności punktowych będą kolejnymi wielokrotnościami podstawowej częstotliwości 800 Hz. Okazało się, że efektywność uzyskanej aproksymaty jest istotnie większa od występującej w poprzednich przykładach i spełnia postawione wymaganie: $e \geq 0,82$.

W przykładach /7/ oraz /8/ przyjęto, że częstotliwości wyznaczania tłumienności punktowych będą bliskie optymalnym w sensie minimalizacji błędu niepoprawności aproksymat[x/].

W przykładzie /7/ dokonano zaokrąglenia wartości częstotliwości optymalnych do całkowitej liczby Hz /a więc : $\max |f_k - \mathrm{opt}\ f_k| \leq 0,5$ Hz/, zaś w przykładzie /8/ - do całkowitej liczby 10 Hz /w tym konkretnym przypadku $\max |f_k - \mathrm{opt}\ f_k| \leq 1,5$ Hz/.

W przykładach /9/ oraz /10/ przyjęto, że częstotliwości wyznaczania tłumienności punktowych będą bliskie optymalnym w sensie efektywności aproksymat /patrz pkt. 2/. W pierwszym przypadku nastąpiło zaokrąglenie do całkowitej liczby 10 Hz /w tym konkretnym przypadku $\max |f_k - \mathrm{opt}\ f_k| \leq 4,5$ Hz/, zaś w drugim przypadku - do całkowitej liczby Hz /a więc $\max |f_k - \mathrm{opt}\ f_k| \leq 0,5$ Hz/.

W przykładzie /9/ wartość maksymalnej różnicy współczynników wagowych G_k uzyskanych dla przyjętych wartości częstotliwości f_k i teoretycznych współczynników $G_k = \frac{1}{3}$ odpowiadających wartościom częstotliwości opt f_k optymalnym w sensie efektywności aproksymat wynosi:

$$\max \left|G_k - \frac{1}{3}\right| < 5.10^{-3}.$$

Natomiast w przykładzie /10/ ta sama wielkość wynosi:

$$\max \left|G_k - \frac{1}{3}\right| < 2.10^{-5}.$$

Z uwzględnieniem tego błędu można więc stosować wzór:

$$A = \frac{A_1 + A_2 + A_3}{3}$$

Należy zauważyć, że we wszystkich przykładach od /7/ do /10/ zaokrąglenie wartości częstotliwości f_k wyznaczania tłumienności punktowych następowało tak, aby osiągnąć symetrię rozmieszczenia tych częstotliwości w pasmie przesyłowym. Dzięki temu w tych wszystkich przypadkach uzyskano wartość $c_3 = 0$, co jest równoważne zwiększeniu rzędu dokładności takich aproksymat.

[x/] Patrz: UWAGA str. 21.

UWAGA:

x/ Metoda tworzenia tego rodzaju aproksymat polega na wyznaczeniu /przy każdej ustalonej wartości liczby p punktów aproksymacji/ wartości optymalnych częstotliwości f_k oraz odpowiadających im współczynników wagowych G_k z układu 2p równań o postaci:

$$\sum_{k=1}^{p} G_k \cdot f_k^r = m_r \qquad /*/$$

gdzie $r = 0,1,\ldots, /2p-1/$ zaś m_r jest określone wzorem /1-22/. Rozwiązanie układu równań /*/ jest podane np. w [3], rozdz. XXXVII, p. 3.2.

Zdaniem autora, aproksymaty minimalizujące błędy niepoprawności nie będą miały praktycznego zastosowania przy szacowaniu tłumienności pasmowych ze względu na stosunkowo znaczne błędy niepewności nie tylko ocen tłumienności punktowych, lecz również częstotliwości wyznaczania tych tłumienności.

4. ZAKOŃCZENIE

W referacie wykazano, że w przypadku równomiernej gęstości wagi w paśmie przesyłowym najefektywniejsze aproksymaty tłumienności pasmowej istnieją tylko dla liczby punktów aproksymacji $p \leqslant 7$ oraz dla $p = 9$. Przy danych częstotliwościach granicznych f_d oraz f_g pasma przesyłowego optymalne częstotliwości f_k wyznaczania tłumienności punktowych /tworzących takie najefektywniejsze aproksymaty/ można obliczyć ze wzoru /2-8/. Odpowiednie wartości wyystępujących w tym wzorze współczynników t_k są podane w tablicy 1 dla poszczególnych liczb p punktów aproksymacji.

Gdy w ten sposób obliczone wartości optymalnych częstotliwości okazują się nieodpowiednie do technicznej realizacji, można założyć inne wartości częstotliwości wyznaczania tłumienności punktowych.

Przy założonych wartościach częstotliwości f_k można obliczyć wartości współczynników wagowych G_k charakteryzujących p-punktowe aproksymaty tłumienności pasmowej na podstawie wzorów podanych w punkcie 3.1 niniejszego referatu, a wartość efektywności - ze wzoru /1-24/. Należy zwrócić uwagę, że punktowe aproksymaty tłumienności pasmowej tworzone przy założonych częstotliwościach mają efektywność obniżoną tym bardziej, im większe różnice występują między wartościami częstotliwości optymalnych a faktycznie przyjętych przy wyznaczaniu tłumienności punktowych. Przy niekorzystnym doborze częstotliwości niektóre z tłumienności punktowych mogą w praktyce zupełnie nie wpływać na oszacowanie tłumienności pasmowej uzyskane na podstawie takiej aproksymaty, a błąd niepewności oszacowania tłumienności pasmowej może być większy od błędów niepewności oszacowań składowych tłumienności punktowych.

Jak wynika z porównania przykładów zamieszczonych w punkcie 3.2 referatu, przy założeniu równomiernej gęstości wagi w pasmie telefonii naturalnej, ustalone zaleceniami 0.22 i Q.49 CCITT [1] częstotliwości wyznaczania tłumienności punktowych łączy są nieodpowiednie dla szacowania tłumienności pasmowych tych łączy. Jest tak dlatego, że 3-punktowe aproksymaty tłumienności pasmowych utworzone przy tych częstotliwościach /patrz przykłady nr 2 oraz nr 3 w tablicy 3/ wykazują małą efektywność równą odpowiednio: $e_3 \approx 0,42$ oraz $0,66$/ i stosunkowo znaczny błąd niepoprawności /którego miara c_3 wynosi odpowiednio: $0,053$ oraz $0,023$/. W wyniku małej efektywności 3-punktowe aproksymaty wykazują błąd standardowy niepewności większy od 2-punktowych najefektywniejszych aproksymat tłumienności pasmowych opartych na danych punktowych o identycznej niepewności /miara d_3 wynosi odpowiednio $0,82$ oraz $0,71$, podczas gdy $\min d_2 \approx 0,707$. Przy równomiernej gęstości wagi technicznie optymalne częstotliwości wyznaczania tłumienności punktowych /patrz przykład nr 9 w tablicy 3/ wynoszą: 750, 1850 i 2950 Hz. Utworzona przy tych częstotliwościach 3-punktowa aproksymata tłumienności pasmowej ma efektywność praktycznie równą jedności /dokładnie $1 - e_3 = 10^{-4}$/. Nieco mniejszą efektywność równą około $0,95$ można uzyskać tworząc 3-punktową aproksymatę tłumienności pasmowej z zastosowaniem częstotliwości 650, 1850 i 3050 Hz /patrz przykład nr 8 w tablicy 3/. Obie preferowane aproksymaty tłumienności pasmowej wykazują dokładność rzędu $r > 3$, tzn. ich błąd niepoprawności jest zależny od wartości pochodnej rzędu $r > 3$ częstotliwościowej charakterystyki tłumienności czwórnika w pasmie telefonicznym.

Na zakończenie trzeba zwrócić uwagę, że podane w referacie wzory /1-11/ oraz /3-4/ na błąd niepoprawności aproksymaty nie umożliwiają w praktyce obliczenia wartości tego błędu. Jest tak dlatego, że powyższe wzory wyrażają błąd niepoprawności aproksymaty w zależności od wielkości M_p - maksymalnej wartości modułu pochodnej rzędu p częstotliwościowej charakterystyki czwórnika w pasmie przesyłowym. Wartości M_p nie możemy wyznaczyć na podstawie p danych wartości tłumienności punktowych rozważanego czwórnika. Jeśli na podstawie jakichś innych informacji charakteryzujących rozważany czwórnik nie można ustalić górnej granicy wartości M_p dla danego rodzaju czwórników - wzory /1-11/ oraz /3-4/ okazują się bezużyteczne.

Dlatego nasuwa się pytanie: czy na podstawie danych p wartości tłumienności punktowych czwórnika przy częstotliwościach $f_1,\dots,f_p$ istnieje możliwość wyznaczenia błędu niepoprawności p-punktowej aproksymaty tłumienności pasmowej? Jeśli taka możliwość istnieje, to jak można ten błąd oszacować i z jaką dokładnością?

Próbę rozwiązania wyżej sformułowanego problemu autor zamierza przedstawić w dalszych zeszytach Referatów Problemowych IŁ.

WYKAZ LITERATURY

1. CCITT: Księga Pomarańczowa /VI Zgromadzenie Plenarne, Genewa 1976/; U.I.T., 1977.

2. Kowalski Z.: Zasady określania tłumienności pasmowej na podstawie danych punktowych. Referaty Problemowe IŁ, zeszyt 36, 1980.

3. Praca zbiorowa: Poradnik Inżyniera-Matematyka. WNT, Warszawa 1971.

4. Zieliński R.: Tablice statystyczne. PWN, Warszawa 1972.

D o t y c h c z a s   u k a z a ł y   s i ę :

1. Białobrzeski R., Sońta S.: Zastosowanie testu chi kwadrat Pearsona do weryfikacji hipotezy statystycznej, na podstawie empirycznej gęstości prawdopodobieństwa. Grudzień 1977.

2. Blinkiewicz A., Mędrzycki B., Hutnik M., Sambierski R.: Zastosowanie pamięci kasetowej PK-1 do rejestracji danych w systemie komutacyjnym E-10. Styczeń 1978.

3. Orłowski A.: Optymalizacja układu ogranicznika dynamiki zwłaszcza dla radiofonii krótkofalowej. Luty 1978.

4. Frączek K.: Zasady opracowywania wymagań techniczno-eksploatacyjnych na urządzenia pomiarowe w resorcie łączności. Marzec 1978.

5. Białobrzeski R., Dudziewicz J.: Minimalna częstość próbkowania sygnału losowego przy pomiarze jego mocy średniej. Marzec 1978.

6. Lewandowski W.: Wprowadzenie komutacji teledacyjnych kanałów cyfrowych w powszechnej telefonicznej sieci komutacyjnej z centralami elektronicznymi E-10. Kwiecień 1978.

7. Dudziewicz J.: Ogólne wytyczne w sprawie prowadzenia i dokumentowania prac naukowo-badawczych wykonywanych w Instytucie Łączności. Kwiecień 1978.

8. Stagrowski A.: Metoda detekcji i pomiaru impulsów o maksymalnych i minimalnych czasach trwania w ciągu. Maj 1978.

9. Chamski J.: System CTI-B dla maszyny cyfrowej R-10. Maj 1978.

10. Puchalski E.: Kompensator napięcia stałego stosowany w układach do sprawdzania przetworników termoelektrycznych i mikropotencjometrów. Czerwiec 1978.

11. Kozłowski A.: Elektroniczny sygnalizator przywołania abonenta w aparacie telefonicznym CB. Wrzesień 1978.

12. Stasierski L.: Wyładowania łukowe w.cz. na izolatorach odciągów pionowych anten radiofonicznych. Październik 1978.

13. Walaszek S.: Zastosowanie uogólnionego rozwiązania układu o trzech stanach do analizy niezawodności. Styczeń 1979.

14. Sońta S.: Aparatura automatyczna badań sieci łączy międzymiastowych systemu ABA-3. Luty 1979.

15. Godlewski P.: Język programowania badań w systemie ABA2 i ABA3. Marzec 1979.

16. Waśniewski A.: Kombinatoryczne aspekty planowania badań sieci telekomunikacyjnej za pomocą systemu ABA-3. Kwiecień 1979.

17. Brennek L., Lebiedziuk B.: System edycji, przechowywania i translacji programów w języku SAWIK dla minikomputera MERA 305. Maj 1979.

18. Godlewski P.: Aparatura sterująca systemu badaniowego ABA-3 - architektura urządzenia. Czerwiec 1979.

19. Chamski J.: Centrum eksploatacji technicznej w systemie E 10. Lipiec 1979.

20. Porada M.: Komunikat o badaniach zakłóceń impulsowych w łączach telefonicznych. Sierpień 1979.

21. Sońta S.: Generacja sygnałów losowych niezależnych obciążających kanały telefoniczne. Wrzesień 1979.

22. Karwowska-Lamparska A.: Koncepcja systemu WIDEOTEKS. Październik 1979.

23. Kowalska J.: Próba eksploatacyjna automatycznej aparatury badaniowej ABA-2 - analiza wyników, wnioski. Listopad 1979.

24. Tyrowicz M.: System zdalnej rejestracji kontroli obiektów specjalnych - REKO - . Grudzień 1979.

25. Frydrych Z.: Uwagi o wymiarowaniu wiązek łączy międzycentralowych. Styczeń 1980.

26. Frydrych Z.: O niezawodności sieci telekomunikacyjnej. Luty 1980.

27. Kisło M.: Automatyzacja stacjonarnych pomiarów propagacyjnych. Marzec 1980.

28. Mieszczanek J.: Analiza i projektowanie oscylatorów kwarcowych pracujących w układzie Pierce'a-Colpitts'a. Kwiecień 1980.

29. Frydrych Z.: Niektóre problemy projektowania dróg kolejnego wyboru. Maj 1980.

30. Laube J.: Wybrane metody projektowania cyfrowych zespołów funkcjonalnych na przykładzie projektu generatora połączeń telefonicznych. Czerwiec 1980.

31. Kowalski Z.: Pasmowe tłumienności czwórników i ortotelefoniczne tłumienności odniesienia. Lipiec 1980.

32. Proga I.: Analiza i ocena odgromników zagranicznych oraz niezbędnego do nich osprzętu na podstawie badań i obserwacji w warunkach eksploatacyjnych. Sierpień 1980.

33. Godlewski P., Zejdel A.: System automatycznej kontroli obecności i ruchu załogi AKOR. Wrzesień 1980.

34. Waśniewski A.: Problem minimalizacji czasu badania sieci w systemie ABA-3. Październik 1980.

35. Kuśmirek Z.: Impedancja wewnętrzna źródła i jej pomiar. Listopad 1980 .

36. Kowalski Z.: Zasady określania tłumienności pasmowej na podstawie danych punktowych. Grudzień 1980.