# MINISTERSTWO ŁĄCZNOŚCI

# PRACE INSTYTUTU ŁĄCZNOŚCI

NR 90

WARSZAWA

WYDAWNICTWA KOMUNIKACJI i ŁĄCZNOŚCI

## SPIS TREŚCI

	1.	Alina Karwowska-Lamparska – Wybór optymalnego algorytmu prognozy przy róż-	3
MP	2	Stanisław Dymowski – Modele matematyczne sygnałów izochronicznych genero-	5
656	~	wanych przez terminale danych	21
V	3.	Marian Ligmanowski – Zagadnienia optymalizacji kodowania stanów synchronicz-	
	1	nych automatów cyfrowych	49
7-11	4.	Arnold Kawecki - Przewidywane tłumienia fal przez deszcz w liniach radiowych	
~ 119		na obszarze Polski	63
DGat	5.	Tadeusz Flisek, Zdzisława Kuleszo – Elementy optymalizacji struktury niższej pla-	
1		szczyzny krajowej sieci telegraficznej	81
VI	6. 1	Stanisław Sypniewski – Wzmacniacze modulujące o dużej sprawności energetycznej	
7-1	:	z komutacją charakterystyki roboczej	97

## СОДЕРЖАНИЕ

1.	Алина Карвовска — Лямпарска — Выбор оптимального алгоритма предсказания	
	при дифференциальном межэлементном кодировании видеосигналов	3
2.	Станислав Дымовски — Математические модели изохронных сигналов создаваемых	
	в оконечных устройствах передачи данных	21
3.	Марян Лигмановски — Вопросы оптимального кодирования состояний в цифровых	
	синхронных автоматах	49
4.	Арнольд Кавецки — Ожидаемое вызываемое дождем затухание волн в радио-	
	релейных линиях на территории Польши	63
5.	Тадеут Флисек, Здзислава Кулешо — Элементы оптимализации структуры ниж-	
	него уровня телеграфной сети страны	81
6.	Станислав Сыпневски — Модулирующие усилители большой энергетической эффек-	
	тивности с коммутацией линии нагрузки	97

## CONTENS

1.	Alina Karwowska-Lamparska - Choice of the optimum prediction algoritm in the	
	case of the intraframe differential encoding of the video signals	1.1
2.	Stanisław Dymowski – Mathematical models of isochronous signals generated by	
	data transmission terminals	21
3.	Marian Ligmanowski – Problem of optimal encoding the states in synchronous digital	
	automates	49
4.	Arnold Kawecki – Expected wave attenuation caused by the rain in radio link routes	
	in the territory of Poland	63
5.	Tadeusz Flisek, Zdzisława Kuleszo - Optimization elements of the structure of the	
	lower area of the national telegraph network	81
6.	Stanisław Sypniewski – High efficiency modulating amplifiers with switched load line	97

## SOMMAIRE

1.	Alina Karwowska-Lamparska - Choix de l'algorithme optimal de prediction pour	
	codage differentiel intra-trame des signaux video	3
2.	Stanisław Dymowski – Modeles Mathematiques des signaux isochrones formes par	
	les equipements terminaux de transmission des donnees	21

# MINISTERSTWO ŁĄCZNOŚCI

# PRACE INSTYTUTU ŁĄCZNOŚCI

odci

NR 90

WARSZAWA 1984

WYDAWNICTWA KOMUNIKACJI i ŁĄCZNOŚCI

## Komitet Redakcyjny Redaktor Naczelny – prof. mgr inż. Lesław Kędzierski

## Redaktorzy działów:

doc. mgr inż. Władysław Cetner, doc. mgr inż. Adam Moniuszko doc. dr inż. Krystyn Plewko (Z-ca Redaktora Naczelnego)

## Adres Redakcji: Instytut Łączności, 04-894 Warszawa-Miedzeszyn, ul. Szachowa 1

© Copyright by Instytut Łączności, Warszawa 1984

ISBN 83-206-0461-3

Opracowano w Dziale Wydawniczym Instytutu Łączności Wydawnictwo nieperiodyczne ALINA KARWOWSKA-LAMPARSKA

621.397.2:621.376.56

## WYBÓR OPTYMALNEGO ALGORYTMU PROGNOZY PRZY RÓŻNICOWYM WEWNĄTRZPOLOWYM KODOWANIU SYGNAŁÓW WIZYJNYCH

Rękopis dostarczono do Komitetu Redakcyjnego dnia 20.X.1982 r.

W artykule przeanalizowano zagadnienie wyboru algorytmu tworzenia prognozy dla sygnałów telewizji czarno-białej i kolorowej, przy uwzględnieniu statystycznych cech obrazu. Opierając się na zamieszczonych w literaturze funkcjach autokowariancji dla sygnałów telewizji monochromatycznej, sygnału luminancji i sygnałów różnicowych telewizji kolorowej obliczono wartości kwadratu różnicy pomiędzy badaną próbką i jej prognozą dla różnych przypadków prognozowania jedno-, dwu-, trzy- i więcej wymiarowego. Uzyskano zależności, jakie spełniają optymalne prognozy dla trzech powyższych rodzajów sygnałów. Przeanalizowano także algorytmy tworzenia prognozy dla przypadku, w którym współczynniki, przez które należy pomnożyć wartości odpowiednich próbek są potęgami liczby 1/2. Stwierdzono, że prognozowanie jest bliskie optymalnemu, gdy stosuje się prognozę jecnowymiarową.

## 1. WSTEP

Bardzo szerokie pasmo częstotliwości, wynikające z dużych prędkości bitowych jakie są wymagane przy cyfryzacji sygnałów wizyjnych metodami klasycznym<sup>1</sup> utrudnia transmisję takich sygnałów. Wykorzystanie jednak statystycznych cech obrazu i usuwanie z niego nadmiaru informacji pozwala na znaczne zmniejszenie prędkości bitowej. Metody zmniejszania redundancji sygnału, polegają, jak wiadomo, na stosowaniu specjalnych metod jego próbkowania oraz metod oszczędnego kodowania, a przede wszystkim metod kodowania różnicowego (DPCM). Przy tej metodzie kodowania koduje się wartość różnicy zachodzącej pomiędzy daną próbką, a prognozą utworzoną z próbek poprzednich. Przy kodowaniu sygnałów wizyjnych prawdopodobieństwo uzyskania możliwie wiernego odtworzenia obrazu będzie zależeć od algorytmu tworzenia prognozy.

#### 2. SPOSOBY TWORZENIA PROGNOZY

Istnieje, jak wiadomo, szereg możliwych sposobów tworzenia prognozy, które można podzielić na:

- linearne, w których prognoza jest linearną funkcją poprzednich próbek;

1\*

- nielinearne, w których prognoza jest ich funkcja nielinearna.

Poza tym dla sygnałów wizyjnych sposoby tworzenia prognozy można podzielić na:

- międzypolowe, dla których prognoza jest wyznaczana na podstawie próbek leżących w poprzednich polach obrazu;
- wewnątrzpolowe, dla których prognozę oblicza się na podstawie próbek leżących w danym polu obrazu.

Zarówno prognozowanie wewnątrzpolowe, jak i międzypolowe dzieli się z kolei na prognozowanie:

- jednowymiarowe, w którym jako prognozę przyjmuje się wartość jednej z poprzednich próbek (np. przy prognozowaniu wewnątrzpolowym wartość próbki poprzedzającej próbkę kodowaną lub próbki leżącej na poprzedniej linii analizy ponad próbką kodowaną);
- dwu- i więcej wymiarowe, w których prognoza jest wyznaczana na podstawie dwu lub kilku poprzednich próbek (np. przy prognozowaniu wewnątrzpolowym próbek poprzedzających na danej linii wybierania oraz próbek z poprzednich linii).

Sposoby tworzenia prognoz mogą być przy tym stałe, tzn. niezależne od przychodzącego sygnału lub tzw. przystosowujące się\*), tzn. zależne od przychodzącego sygnału.

W telewizji programowej mogą występować obrazy stałe bądź ruchome, czarno--białe bądź kolorowe i w każdym z powyższych przypadków mogą być inne optymalne algorytmy tworzenia prognozy, pozwalające na uzyskanie najbardziej wiernego obrazu odtwarzanego.

## **3. PROGNOZOWANIE LINEARNE**

Prognozowanie nielinearne wymaga bardziej skomplikowanych układów twozzenia prognozy niż prognozowanie linearne i z tego względu w przypadku sygnałów wizyjnych jest z reguły stosowane prognozowanie linearne.

Zgodnie z teorią prognozowania linearnego [4, 5] można założyć, że dla sygnału S(t) w procesie próbkowania w równych odstępach czasu  $t_1, t_2, t_3 \dots t_n$  otrzymujemy ciąg próbek o wartościach chwilowych  $P_1, P_2 \dots P_m$ .

Linearną prognozę wartości każdej następnej próbki  $P_0$ , opartą na wartościach n poprzednich próbek (dla n < m), można określić jako:

$$\hat{P}_0 = a_1 P_1 + a_2 P_2 + \dots + a_n P_n = \sum_{i=1}^n a_i P_i$$
(1)

Dla uproszczenia zakładamy przy tym, że P i a są liczbami rzeczywistymi.

4

<sup>\*)</sup> Termin w języku angielskim adaptive.

W układzie przetwornika analogowo-cyfrowego różnicowej modulacji kodowoimpulsowej powstaje różnica pomiędzy wartością danej próbki i wartością jej prognozy

$$e_0 = P_0 - \bar{P}_0$$

która zostaje następnie kodowana.

Przyjmuje się, że prognoza ma wówczas wartość optymalną, gdy przewidywana wartość kwadratu różnicy  $e_0$  jest najmniejsza, czyli gdy  $E(e_0^2) = \min$ . Dla znalezienia wartości współczynników  $a_1 \dots a_n$  spełniających powyższy warunek należy obliczyć pochodne cząstkowe  $E(e_0^2)$  względem wszystkich współczynników  $a_i$ , więc

$$\frac{\partial E\left[\left(P_{0}^{2}\right)\right]}{\partial a_{i}} = \frac{\partial E\left[\left(P_{0}^{2}-P_{0}^{2}\right)^{2}\right]}{\partial a_{i}} = \frac{\partial E\left[\left(P_{0}^{2}-\left(a_{1}^{2}P_{1}^{2}+a_{2}^{2}P_{2}^{2}+\ldots+a_{n}^{2}P_{n}^{2}\right)\right)^{2}\right]}{\partial a_{i}} = -2E\left[\left(P_{0}^{2}-\left(a_{1}^{2}P_{1}^{2}+a_{2}^{2}P_{2}^{2}+\ldots+a_{n}^{2}P_{n}^{2}\right)\right)P_{i}\right]$$
(2)  
$$i = 1, 2 \dots n$$

i przyrównać je do zera

$$E\left[\left(P_0 - (a_1 P_1 + a_2 P_2 + \dots + a_n P_n)\right)P_i\right] = 0 \qquad E\left[\left(P_0 - P_0\right)P_i\right] = 0 \qquad (3)$$
$$i = 1, 2 \dots n$$

Przy założeniu, że kowariancja próbek  $p_i$  i  $p_j$  wynosi

$$R_{ii} = E \left[ P_i P_i \right]$$

warunek (3) można napisać jako

$$R_{0i} = a_1 R_{1i} + a_2 R_{2i} + \dots + a_n R_{ni}$$
(4)  
$$i = 1, 2 \dots n$$

Warunek ten stanowi zbiór n równań linearnych o n niewiadomych, które można rozwiązać jeśli są znane kowariancje próbek  $R_{ij}$ . Poszczególne wartości kowariancji można znaleźć z autokowariancji sygnału

$$R_{ii} = \psi \left( t_i - t_i \right) \tag{5}$$

Jeśli założymy, że  $P_0$  jest najlepszą linearną prognozą próbki  $P_0$ , to spodziewana wartość kwadratu różnicy  $e_0$  wynosi

$$\sigma^2 = E\left[(P_0 - P_0)^2\right] = E\left[(P_0 - P_0)P_0\right]$$

lub

$$\sigma^2 = R_{00} - (a_1 R_1 + a_2 R_2 + \dots + a_n R_n)$$
(6)

gdzie  $R_{00}$  jest prostą wariancją  $\sigma^2$  oryginalnej sekwencji próbek  $P_0, P_1, ... = \{P_i\}$ 

Sekwencja transmitowanych różnic pomiędzy próbkami  $e_0, e_1, \ldots = \{e_i\}$ gdzie  $e_i = P_i - P_i$   $i = 0, 1, \ldots n$ oraz  $P_i = a_1 P_{i+1} + a_2 P_{i+2} + \ldots + a_n P_{i+n}$ 

jest mniej skorelowana i ma mniejszą wariancję aniżeli sekwencja próbek  $\{P_i\}$ . Zasada prognozowania linearnego polega na tworzeniu sekwencji różnic  $\{e_i\}$ , z których można jednoznacznie odtworzyć ciąg próbek  $\{P_i\}$ , przy czym wariancja  $\sigma_e^2$ sekwencji różnic  $\{e_i\}$  jest mniejsza od wariancji próbek  $\{P_i\}$  o wartość

$$\sum_{i=1}^{n} a_i R_{0i} = a_1 R_{01} + a_2 R_{02} + \dots + a_n R_{0n}$$
(7)

Jeśliby więc do tworzenia prognozy wykorzystać nieskończoną liczbę próbek, to sekwencja różnic byłaby całkowicie nieskorelowana. Jeśli natomiast sekwencja próbek  $\{p_i\}$  jest sekwencją Morkoff'a r-tego rzędu, to do tworzenia prognozy  $\hat{P}_0$ jest wymagane jedynie r próbek, a wówczas otrzymana sekwencja różnic będzie nieskorelowana.

## 4. PROGNOZOWANIE DLA SYGNAŁÓW WIZYJNYCH

Przy wyborze optymalnego algorytmu tworzenia prognozy dla obrazów telewizji programowej powinno się uwzględnić wszystkie cechy rzeczywistych obrazów telewizyjnych. Występujące w telewizji programowej obrazy telewizyjne są z reguły ruchome i kolorowe, rzadziej zaś monochromatyczne.

Jak już wspomniano w rozdz. 1, przy kodowaniu sygnałów wizyjnych są spotykane dwa rodzaje różnicowej modulacji kodowo-impulsowej: modulacja wewnątrzpolowa i modulacja międzypolowa.

Przy modulacji wewnątrzpolowej do tworzenia prognozy wykorzystywane są wyłącznie próbki leżące w jednym polu obrazu. Ponieważ poszczególne pola obrazu telewizyjnego są z zasady nieruchome, więc dla przypadku modulacji wewnątrzpolowej wszystkie obrazy powinny być traktowane jako obrazy nieruchome. Występowanie natomiast ruchu należy uwzględniać przy modulacji międzypolowej oraz przy modulacji mięszanej wewnątrz- i międzypolowej.

Tworzenie prognozy dla obrazów kolorowych jest bardziej skomplikowane niż dla obrazów monochromatycznych, gdyż wskutek istnienia podnośnej chrominancji różnice pomiędzy poszczególnymi próbkami mogą być znaczne. Nakładająca się bowiem na obraz podnośna chrominancji może mieć różną fazę dla sąsiednich próbek.

Wybór optymalnego algorytmu tworzenia prognozy w przypadku kodowania całkowitego sygnału telewizji kolorowej zależy od przyjętego systemu telewizji kolorowej. Na przykład dla systemu PAL zależy on przede wszystkim od fazy podnośnej dla próbek wykorzystywanych przy tworzeniu prognozy. Można przy tym wykazać [1], że najlepsze wyniki (zarówno z punktu widzenia jakości obrazu jak i prostoty układowej) uzyskuje się przy tworzeniu prognozy jednokierunkowej i wykorzystywaniu próbki położonej na poprzedniej linii wybierania oraz przy częstotliwości próbkowania  $f_p = 2.5 f_{p,chr}$ .

Dla systemu SECAM zagadnienie jest znacznie bardziej skomplikowane ze względu na stosowaną tu modulację częstotliwościową.

Przeprowadzane badania dotyczące metod kodowania sygnałów telewizji kolorowej wykazały jednak, że zamiast kodowania całkowitego sygnału wizyjnego, znacznie lepszą jakość odtwarzanego obrazu można uzyskać przy oddzielnym kodowaniu sygnałów składowych, tzn. sygnału luminancji oraz dwu sygnałów różnicowych. Dla takiego przypadku tworzy się niezależne prognozy dla każdej składowej, przy czym prognozę dla sygnału luminancji tworzy się w sposób analogiczny jak dla sygnału telewizji monochromatycznej.

W artykule zostanie przeprowadzona analiza wyboru optymalnego algorytmu prognozy dla sygnału luminancji i sygnałów różnicowych dla przypadku modulacji wewnątrzpolowej, a więc przy założeniu obrazów nieruchomych. Analiza jest przeprowadzana dla obrazów monochromatycznych i kolorowych.

Do przeprowadzenia tej analizy niezbędna jest znajomość korelacji pomiędzy poszczególnymi elementami pola obrazu dla typowych obrazów telewizyjnych, a więc znajomość funkcji autokowariancji tych obrazów. Pomiary tej funkcji dla znormalizowanych przezroczy czarno-białych i kolorowych zostały już wykonane w szeregu krajów, a ich wyniki zamieszczono w literaturze [2, 3, 4]. Ponieważ zawierają one dane wystarczające do przeprowadzenia analizy wyboru optymalnego



Rys. 1. Wykres funkcji autokowariancji dla obrazów monochromatycznych według badań J. B. O'Neal'a [4]



Rys. 2. Wykres funkcji autokowariancji dla sygnału luminancji Y oraz sygnałów różnicowych chrominancji *R-Y* i *B-Y* według badań J. Małka [3]

 a) zależność między elementami obrazu położonymi na jednej linii wybierania

 b) zależności między elementami obrazu położonymi na różnych liniach wybierania algorytmu prognozy dla modulacji wewnątrzpolowej, pomiarów funkcji autokowariancji nie powtarzano, lecz wykorzystano jej wartości podane w literaturze. Na ich podstawie zostały wykonane odpowiednie wykresy funkcji autokowariancji dla obrazów czarno-białych i kolorowych. Na rys. 1 podano wykres funkcji autokowariancji średniej dla trzech obrazów monochromatycznych zawierających twarz ludzką wykonany na podstawie badań J. B. O'Neala [4]. Podobne wartości liczbowe podaje również dla dwóch innych obrazów monochromatycznych, zawierających ludzką twarz, Ali Habibi [2]. Natomiast wykresy funkcji autokowariancji sygnałów Y, R-Y i B-Y obliczone dla trzech znormalizowanych przezroczy kolorowych, przedstawiających: dziewczynę w kapeluszu, chłopca z zabawkami i dom w ogrodzie według badań J. Małka [3] podano na rys. 2a i b.

W rozważaniach przyjęto zalecaną [6] częstotliwość próbkowania sygnału luminancji równą 13,5 MHz, tzn., że na linii wybierania znajdują się 864 próbki luminancji. Założona częstotliwość próbkowania sygnałów różnicowych chrominancji wynosi 6,75 MHz, co daje 432 próbki na całkowitej linii wybierania.

Ponieważ sygnały prognozy tworzy się wyłącznie dla sygnałów obrazu, tzn. bez uwzględniania sygnałów synchronizacji i wygaszania, więc w przeprowadzonej analizie uwzględnia się wyłącznie próbki leżące na czynnej części linii, tzn. 720 próbek sygnału luminancji [6] i 360 próbek sygnałów różnicowych koloru. Dla przyjętych częstotliwości próbkowania odległość pomiędzy próbkami luminancji wynosi 74 ns, a pomiędzy próbkami sygnałów różnicowych chrominancji – 148 ns.

W rozważaniach przyjęto ortogonalną strukturę próbkowania, w której próbki umieszczane na kolejnych liniach wybierania są ułożone wzdłuż linii pionowych (rys. 3) zarówno dla sygnałów luminancji, jak i sygnałów różnicowych i założono, że próbki sygnałów różnicowych pokrywają się w czasie z odpowiednimi próbkami sygnału luminancji.

Na podstawie wykresów podanych na rys. 1 i 2 można stwierdzić, że:
 największa korelacja występuje pomiędzy elementami obrazu sąsiadującymi ze soba na jednej linij oraź na kolejnych liniach wybierania obrazu,

•	•	۲	•	•	•	•
•	•	$\odot$	٠	$\odot$	•	٢
•	•	•	•	۲	•	۲
•		•	•	•		۲

) – próbka sygnatów różnicowych

• - prubka sygnatu luminancji

Rys. 3. Przyjęta struktura próbkowania

- Prace IŁ
- w miarę oddalania się od przetwarzanego elementu obrazu współczynnik korelacji maleje szybko (w przybliżeniu wykładniczo).

Wobec tego do tworzenia prognozy należy brać pod uwagę przede wszystkim próbki leżące możliwie najbliżej próbki badanej (rys. 4). Analizę przeprowadzono następująco:

z wykresów podanych na rys. 1 i 2, znając odległość między próbkami (74 ns i 148 ns), odczytano wartości kowariancji R<sub>0i</sub> próbki badanej P<sub>0</sub> i próbek leżących w jej najbliższym otoczeniu P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub>...;

	• P <sub>20</sub>	P15	• P6	P15	• P <sub>21</sub>	
P <sub>19</sub>	$\underset{\mathcal{P}_{\mathcal{H}}}{\odot}$	PID	• Ps	P <sub>II</sub>	• P <sub>17</sub>	P22
P.13		P7	• Pa	Pa	• P <sub>12</sub>	PIB
P3	• P2	P,	Po			

<sup>🔿 -</sup> próbka sygnatów róznicowych

Rys. 4. Rozmieszczenie próbek uwzględnianych przy tworzeniu prognozy

- następnie, znając odległość między próbkami z wykresów tych, odczytano wartości kowariancji R<sub>ji</sub> pozostałych próbek, uwzględnianych przy tworzeniu prognozy wg rys. 4, jak np. R<sub>12</sub>, R<sub>23</sub> itd.;
- zgodnie z zależnością (4) utworzono szereg zbiorów równań linearnych, pozwalających na obliczenie wartości współczynników a<sub>i</sub> dla różnych przypadków prognozowania, jedno-, dwu-, trój- i więcej wymiarowego i obliczono odpowiednie współczynniki a<sub>i</sub> przy użyciu maszyny matematycznej;
- wykorzystując obliczone wartości  $a_i$  i odczytane wartości  $R_{ij}$ , obliczono zgodnie z zależnością (6) kwadrat różnicy pomiędzy daną próbką i jej prognozą  $\sigma_e^2$  dla powyższych przypadków przy użyciu maszyny matematycznej.

Przeanalizowano przy tym następujące przypadki tworzenia prognozy linearnej:

- 1) prognozowania jednowymiarowego
  - a) z zastosowaniem próbki poprzedzającej badaną próbkę,
  - b) z zastosowaniem próbki leżącej w najbliższym sąsiedztwie badanej próbki na poprzedniej linii wybierania;
- 2) prognozowania dwuwymiarowego
  - a) z zastosowaniem próbki poprzedzającej badaną próbkę i próbki leżącej na poprzedniej linii wybierania w najbliższym sąsiedztwie badanej próbki,
  - b) z zastosowaniem dwóch próbek poprzedzających badaną próbkę,
  - c) z zastosowaniem próbek leżących na poprzednich liniach wybierania;

<sup>• -</sup> próbka sygnatu luminancji

 prognozowania trój-, cztero- i więcej wymiarowego dla różnych kombinacji próbek leżących w najbliższym sąsiedztwie badanej próbki na tej samej i poprzednich liniach wybierania.

Uzyskane wyniki kwadratu różnicy pomiędzy próbką badaną i jej prognozą  $(\sigma_e^2)$ oraz wartości współczynników  $a_i$  zgrupowano w tablicach 1, 2, 3 umieszczonych w dodatku (dla sygnału telewizji monochromatycznej w tablicy 1, dla sygnału luminancji telewizji kolorowej w tablicy 2 i dla sygnałów różnicowych w tablicy 3).

Jak widać z uzyskanych wyników, najmniejsze wartości kwadratu różnicy pomiędzy próbką przesyłaną i jej prognozą uzyskuje się dla sygnału telewizji monochromatycznej i sygnału luminancji telewizji kolorowej przy prognozowaniu trójwymiarowym, uwzględniając próbkę położoną bezpośrednio przed próbką przesyłaną na tej samej linii wybierania oraz dwie próbki położone na poprzedniej linii wybierania, jedną bezpośrednio nad próbką przesyłaną, a drugą obok niej. Odpowiednie wartości prognozy uzyskuje się wówczas z zależności

$$P_0 = 0,6945 P_1 - 0,1271 P_4 + 0,4564 P_8 \tag{8}$$

dla sygnału telewizji monochromatycznej

$$\bar{P}_0 = 0,7775 P_1 - 0,2912 P_4 + 0,5412 P_8 \tag{9}$$

dla sygnału luminancji w telewizji kolorowej.

Dla sygnałów różnicowych chrominancji natomiast najmniejsze wartości kwadratu różnicy pomiędzy daną próbką i jej prognozą uzyskuje się tworząc prognozę czterowymiarową, z trzech próbek położonych na poprzedniej linii wybierania (jednej bezpośrednio nad próbką przesyłaną  $P_4$  z rys. 4 oraz dwóch po jej obydwu stronach  $P_9$ ,  $P_{12}$  oraz próbki położonej nad próbką przesyłaną  $P_5$  i leżącą o dwie linie wcześniej. Wówczas

$$\bar{P}_0 = -0,358 P_4 + 0,226 P_5 - 0,117 P_9 + 1,26 P_{12}$$
(10)

Obliczone powyżej, z uwzględnieniem funkcji autokowariancji elementów obrazu, wartości współczynników a, są liczbami ułamkowymi. Optymalne wartości prognozy uzyskuje się przez pomnożenie wartości odpowiednich (uwzględnianych przy tworzeniu prognozy próbek) przez te współczynniki i sumowanie (lub odejmowanie) uzyskanych iloczynów. Praktyczna realizacja tych operacji jest możliwa, w przypadku gdy sygnał prognozy jest tworzony metodą analogową. W praktyce jednak, ze względu na stabilność pracy, dokładność przetwarzania i mały wpływ szumu i zakłóceń sygnał prognozy tworzony jest metodą cyfrową. Próbki mają wówczas postać binarną i trudno jest praktycznie pomnożyć je przez wszystkie liczby ułamkowe. Bardzo łatwo jest natomiast zrealizować układ mnożący (lub dzielący) próbki przez liczby będące potęgami liczby 2. Przy założeniu wartości współczynników a, równych odwrotnościom potęg liczby 2, najbliższym obliczonym wartościom a<sub>i</sub>, prognozowanie nie jest oczywiście optymalne. Można jednak przypuszczać, że ponieważ przyjęte i obliczone wartości współczynników a, różnią się niewiele, wartości kwadratu różnicy pomiedzy dana próbka i jej prognoza będa w wielu przypadkach bliskie wartościom optymalnym.

Dla sprawdzenia tego przypuszczenia obliczono przy użyciu maszyny matematycznej kwadrat różnicy  $\sigma_e^2$ , zgodnie z zależnością (6), wykorzystując odczytane wartości *R*, oraz podstawiając wartości  $a_i$  równe odwrotnościom potęg liczby 2 dla różnych przypadków tworzenia prognozy jedno-, dwu-, trzy- i czterowymiarowej. Przy tworzeniu prognozy brano pod uwagę jedynie optymalne\*) kombinacje próbek leżących w najbliższym sąsiedztwie badanej próbki na tej samej i poprzednich liniach wybierania (zgodnie z rys. 4). Uzyskane wyniki zgrupowano w tablicy 4 umieszczonej w dodatku.

Jak widać z uzyskanych wyników, wartości kwadratu różnicy pomiędzy daną próbką a jej prognozą  $\sigma_e^2$  są bliskie wartościom optymalnym. Na uwagę zasługuje jednak fakt, że przy prognozowaniu jednowymiarowym są one na ogół mniejsze, aniżeli przy prognozowaniu dwu-, trzy- i czterowymiarowym. Pozwala to na budowę stosunkowo prostych układów tworzenia prognozy, w których jako prognozę wykorzystuje się najczęściej próbkę bezpośrednio poprzedzającą próbkę badaną, leżącą na tej samej linii wybierania obrazu.

#### 5. WNIOSKI

Analiza wyboru optymalnego algorytmu tworzenia prognozy wykazała, że:
wartość kwadratu różnicy pomiędzy daną próbką a jej prognozą zależy nie tylko od liczby próbek wykorzystywanych do tworzenia prognozy, ale również od ich położenia na ekranie. Najmniejsze różnice uzyskuje się przy tym tworząc prognozę z próbki bezpośrednio poprzedzającej próbkę przesyłaną oraz z próbek położonych w najbliższym sąsiedztwie próbki przesyłanej;

- wartość kwadratu różnicy pomiędzy daną próbką i jej prognozą w zasadzie maleje ze wzrostem liczby próbek wykorzystywanych do tworzenia prognozy, jednak dla liczby próbek większej od 3 wartość różnicy maleje tak nieznacznie, że stosowanie do tworzenia prognozy większej liczby próbek jest nieopłacalne;
- jeśli współczynniki a nie mają wartości ściśle wynikających z funkcji autokowariancji elementów obrazu wartości różnicy pomiędzy daną próbką a jej prognozą, przy prognozowaniu jednowymiarowym, są na ogół mniejsze niż przy prognozowaniu dwu-, trzy- i czterowymiarowym. W takim przypadku jako prognozę należy wykorzystywać próbkę leżącą na tej samej linii wybierania, bezpośrednio przed próbką przesyłaną.

Należy zauważyć, że przeprowadzona analiza pomija zniekształcenia kwantowania w koderze DPCM, jednakże w koderach wizyjnych wysokiej klasy zniekształcenia kwantowania są tak małe, że można je na ogół pominąć.

<sup>\*)</sup> Według tablic 1, 2, 3 – umieszczonych w dodatku.

#### WYKAZ LITERATURY

- 1. Gharavi H., Sleele R.: Predictors of intraframe encoding of PAL picture signals. Proc. I. E. E., 1980, t. 127, nr 3, str. 205-211.
- 2. Habibi A.: Comparision of n-th Order DPCM Encoder with Linear Transformations and Block Quantization Techniques. I. E. E. E Trans.on Communications Technology, 1971, t. 19, nr 6, str. 948-956.
- 3. Malek J.: Statisteke hodnoceni wnitrnich informačnich vazeb v TV obraze. Rozhlasová a Telewizini Technika, 1980, t. 25, nr 1, str. 10-14.
- 4. O'Neal J. B.: Predictive quantizing systems (DPCM) for the transmission of television signals.
  B. S. T. J., 1966, t. 45, nr 5, str. 689-721.
- 5. Netravali A. N., Limb J. O.: Picture Coding. A Review. Proc. of I. E. E. E 1980, t. 68, nr 3, str. 366-406.
- 6. CCIR Recomendation 601: Encoding parameters of digital television for studios. Genewa 1982.

DODATEK

## WYNIKI OBLICZEŃ KWADRATU RÓŻNICY POMIĘDZY PRÓBKĄ BADANĄ I JEJ PROGNOZĄ ORAZ WARTOŚCI WSPÓŁCZYNNIKÓW *a*<sub>i</sub> przy różnicowym WEWNĄTRZPOLOWYM KODOWANIU SYGNAŁÓW WIZYJNYCH

Tablica 1

Troghozowanie oprymanie dra sygnatu telewizji induotinomatycznej				
Próbki wykorzystywane do tworzenia prognozy	Kwadrat różnicy pomiędzy próbkami σ² obliczony z zależności (6)	Wartości współczynników a, obliczone z zależności (4)		
1	2	- 3		
P <sub>1</sub> (jednowymiarowa)	0,04	$a_1 = 0,98$		
P <sub>4</sub> (jednowymiarowa)	0,04	$a_1 = 0,98$		
P <sub>1</sub> P <sub>4</sub> (dwuwymiarowa)	0,02	$a_1 = 0,5; a_4 = 0,5$		
P <sub>4</sub> P <sub>5</sub> (dwuwymiarowa)	0,04	$a_4 = 0,74; a_5 = 0,24$		
$P_1 P_4 P_5$ (trójwymiarowa)	0,0143	$a_1 = 0,490; a_4 = 0,386; a_5 = 0,131$		
$P_1 P_2 P_3$ (trójwymiarowa)	0,0265	$a_1 = 0,662; a_2 = 0,662; a_3 = -0,338$		
$P_4 P_5 P_6$ (trójwymiarowa)	0,0357	$a_4 = 0,793; a_5 = 0,396; a_6 = -0,207$		
$P_1 P_4 P_7$ (trójwymiarowa)	0,0670	$a_1 = 1,68; a_4 = 1,68; a_7 = -2,34$		
$P_1 P_4 P_8$ (trójwymiarowa)	0,0103	$a_1 = 0,649; a_4 = -0,127; a_8 = 0,456$		
$P_1 P_2 P_4$ (tróiwymiarowa)	0.0573	$a_1 = -1.98; a_2 = 1.80; a_4 = 1.26$		
$P_{A} P_{7} P_{8}$ (tróiwymiarowa)	0.0359	$a_{\rm A} = 0.132; a_7 = -0.176; a_{\rm B} = -0.176$		
$P_1 P_4 P_7 P_8$ (czterowymiarowa)	0.060	$a_1 = -0.478; a_4 = 1.71; a_7 = 0.931;$		
	0,000	$a_0 = -0.122$		
$P_{1} P_{2} P_{3} P_{4}$ (czterowymiarowa)	0.035	$a_{1} = 1.11; a_{2} = 0.165; a_{3} = -0.147;$		
	0,000	$a_2 = -0.147$		
P. P. P. P. (coteroutumiarowa)	0.0123	$a_{1} = 0.495; a_{2} = 0.439; a_{3} = 0.302;$		
11141516 (CZterowymarowa)	0,0125	$a_1 = 0,495, a_4 = 0,455, a_5 = 0,502,$		
	0.175	$u_6 = -0.231$		
$P_1 P_2 P_4 P_7$ (czterowymiarowa)	0,165	$a_1 = -2,39; a_2 = 3,27; a_4 = 3,51;$		
		$a_7 = -3,24$		

#### Prognozowanie optymalne dla sygnału telewizji monochromatycznej

## Alina Karwowska-Lamparska

Prace IŁ

cd. tablicy 1

1	2	3
$P_1P_2 P_3 P_4$ (czterowymiarowa)	0,0449	$a_1 = 1,93; a_2 = 0,717; a_3 = -1,30;$ $a_4 = -0,405$
$P_1 P_2 P_4 P_7 P_8$	0,175	$a_1 = -4,76; a_2 = 3,89; a_4 = 4,69;$
(pięciowymiarowa)		$a_7 = -1,35; a_8 = -1,36$
$P_4 P_7 P_8 P_9 P_{12}$	2,20	$a_4 = -20,0; a_7 = -6,18; a_8 = -4,64;$
(pięciowymiarowa)		$a_9 = 16,9; a_{12} = 15,4$
$P_1 P_4 P_5 P_7 P_8$	0,0568	$a_1 = -0,448; a_4 = 1,30; a_5 = 0,295:$
(pięciowymiarowa)		$a_7 = 0,916; a_8 = -1,10$
$P_4 P_5 P_6 P_7 P_8$	0,0330	$a_4 = 1,19; a_5 = 0,331; a_6 = -0,232;$
(pięciowymiarowa)		$a_7 = -0,159; a_8 = -0,159$
$P_1 P_2 P_3 P_4 P_7 P_8 P_9 P_{12} P_{13} P_{18}$	0,134	$a_1 = 1,61; a_2 = -1,62; a_3 = 0,708;$
(dziesięciowymiarowa)		$a_4 = -0.972; a_7 = 0.0795; a_8 = -0.836;$
	-	$a_9 = 1,75; a_{12} = 1,54; a_{13} = -0,962;$
	0.177	$a_{18} = -0.307$
$P_1 P_2 P_4 P_5 P_7 P_8 P_9 P_{10} P_{11} P_{12}$	0,166	$a_1 = 0.933; a_2 = 1.58; a_4 = -1.79;$
(dziesięciowymiarowa)		$a_5 = 2,23; a_7 = -1,08; a_8 = 1,20;$
		$a_9 = 0,150; a_{10} = -2,51; a_{11} = 0,412;$
P. P. P. P. P. P. P. P.	0.0250	$u_{12} = 0.0155$
(dziesieciowymiarowa)	0,0239	$a_1 = -0.525, a_2 = -0.200, a_3 = 0.619,$ $a_2 = -0.931; a_3 = 1.86; a_4 = -0.253;$
(dziesięciowymatowa)		$a_4 = -0.195; a_6 = -0.570; a_6 = -0.111;$
		$a_{12} = 0.792$
		u12 - 0,772

Tablica 2

## Prognozowanie optymalne dla sygnału luminancji telewizji kolorowej

Próbki wykorzystywane do tworzenia prognozy	Kwadrat różnicy pomiędzy próbkami $\sigma^2$ obliczony z zależności (6)	Wartości współczynników <i>a</i> <sub>l</sub> obliczone z zależności (4)
1	2	3
P <sub>1</sub> (jednowymiarowa) P <sub>4</sub> (jednowymiarowa) P <sub>1</sub> P <sub>4</sub> (dwuwymiarowa) P <sub>1</sub> P <sub>4</sub> (dwuwymiarowa) P <sub>1</sub> P <sub>4</sub> P <sub>5</sub> (dwuwymiarowa) P <sub>1</sub> P <sub>2</sub> P <sub>3</sub> (trójwymiarowa) P <sub>4</sub> P <sub>5</sub> P <sub>6</sub> (trójwymiarowa) P <sub>1</sub> P <sub>4</sub> P <sub>7</sub> (trójwymiarowa) P <sub>1</sub> P <sub>4</sub> P <sub>7</sub> (trójwymiarowa) P <sub>1</sub> P <sub>2</sub> P <sub>4</sub> (trójwymiarowa) P <sub>4</sub> P <sub>7</sub> P <sub>8</sub> (trójwymiarowa) P <sub>1</sub> P <sub>4</sub> P <sub>7</sub> P <sub>8</sub> (czterowymiarowa)	0,04 0,06 0,014 0,06 0,0191 0,0890 0,0591 0,0611 0,0118 0,0173 0,0514 0,0949	$a_{1} = 0,98$ $a_{4} = 0,97$ $a_{1} = 0,59; a_{2} = 0,42$ $a_{1} = 0,985; a_{2} = -0,015$ $a_{1} = 0,586; a_{2} = -0,015$ $a_{1} = 0,586; a_{2} = 2,02; a_{3} = -1,85$ $a_{3} = 0,985; a_{5} = -0,195 \cdot 10^{-5};$ $a_{6} = -0,0155$ $a_{1} = 1,44; a_{4} = 1,62; a_{7} = -2,05$ $a_{1} = 0,777; a_{4} = -0,291; a_{8} = 0,541$ $a_{1} = 0,225; a_{2} = 0,275; a_{4} = 0,516$ $a_{4} = 0,168; a_{7} = -0,363; a_{8} = -0,363$ $a_{1} = 2,06; a_{4} = 0,269; a_{7} = -2,49;$

Wybór optymalnego algorytmu prognozy ...

-		cd. tablicy 2
1	2	3
$P_4 P_5 P_7 P_8$ (czterowymiarowa)	0,0500	$a_4 = 1,96; a_5 = -0,167; a_7 = -0,424;$ $a_8 = -0,424$
$P_1 P_4 P_5 P_6$ (czterowymiarowa)	0,0168	$a_1 = 0,618; a_4 = 0,382; a_5 = 0,206;$ $a_6 = -0,206$
$P_1 P_2 P_4 P_7$ (czterowymiarowa)	0,139	$a_1 = -0,833; a_2 = 2,24; a_4 = 3,34;$ $a_7 = -3,63$
$P_1 P_2 P_3 P_4$ (czterowymiarowa)	0,0926	$a_1 = 0,328; a_2 = 2,17; a_3 = -1,77;$ $a_4 = 0,226$
$P_1 P_2 P_4 P_7 P_8$ (pięciowymiarowa)	0,163	$a_1 = -4,68; a_2 = 4,84; a_4 = 7,97;$ $a_7 = -4,62; a_8 = -2,39$
$P_4 P_7 P_8 P_9 P_{12}$ (pięciowymiarowa)	0,154	$a_4 = -2,24; a_7 = -0,311; a_8 = 1,71;$ $a_9 = 1,36; a_{12} = 0,581$
$P_1 P_4 P_5 P_7 P_8$ (pięciowymiarowa)	0,0971	$a_1 = 2,07; a_4 = 0,611; a_5 = -0,206;$ $a_7 = -2,57; a_8 = 1,15$
$P_4 P_5 P_6 P_7 P_8$ (pięciowymiarowa)	0,7154	$a_4 = 3,18; a_5 = -0,46; a_6 = -0,0355;$ $a_7 = -0,879; a_8 = -0,879$
$P_1 P_2 P_3 P_4 P_7 P_8 P_9 P_{12} P_{13} P_{18}$ (dziesięciowymiarowa)	0,0927	$a_1 = 0,389; a_2 = 1,10; a_3 = -0,717;$ $a_4 = -0,246; a_7 = 0,658; a_8 = -0,388;$ $a_9 = 0,0536; a_{12} = 0,589; a_{13} = -0,456$ $a_{18} = -0,0124$
$P_1 P_2 P_4 P_5 P_7 P_8 P_9 P_{10} P_{11} P_{12}$ (dziesięciowymiarowa)	0,0733	$a_1 = 0,126; a_2 = 0,354; a_4 = -0,273;$ $a_5 = 1,75; a_7 = -0,780; a_8 = 0,638;$ $a_9 = 0,371; a_{10} = -2,00; a_{11} = 0,307;$ $a_{12} = -0,602$
<i>P</i> <sub>1</sub> <i>P</i> <sub>2</sub> <i>P</i> <sub>3</sub> <i>P</i> <sub>4</sub> <i>P</i> <sub>5</sub> <i>P</i> <sub>6</sub> <i>P</i> <sub>7</sub> <i>P</i> <sub>8</sub> <i>P</i> <sub>9</sub> <i>P</i> <sub>12</sub> (dziesięciowymiarowa)	0,0286	$a_1 = 0.733; a_2 = 0.0639; a_3 = -0.222;$ $a_4 = -0.178; a_5 = 0.497; a_6 = -0.218;$ $a_7 = 0.909; a_8 = -0.973; a_9 = -0.404;$ $a_{12} = 0.796$

Tablica 3

## Prognozowanie optymalne dla sygnałów różnicowych koloru

Próbki wykorzystywane do tworzenia prognozy	Kwadrat różnicy pomiędzy próbkami σ <sup>2</sup> obliczony z zależności (6)	Wartości współczynników a <sub>t</sub> obliczone z zależności (4)
1	2	3
P <sub>1</sub> (jednowymiarowa)	0,04	$a_1 = 0.98$
P <sub>4</sub> (jednowymiarowa)	0,04	$a_4 = 0,98$
$P_2 P_4$ (dwuwymiarowa)	0,02	$a_2 = a_4 = 0,52$
$P_4 P_5$ (dwuwymiarowa)	0,04	$a_4 = 0,74; a_5 = 0,24$
P <sub>2</sub> P <sub>4</sub> P <sub>5</sub> (trójwymiarowa)	0,0164	$a_2 = 0,525; a_4 = 0,571; a_5 = -0,0599$
P <sub>4</sub> P <sub>5</sub> P <sub>6</sub> (trójwymiarowa)	0,0371	$a_4 = 0,760; a_5 = 0,297; a_6 = -0,0732$
P <sub>2</sub> P <sub>4</sub> P <sub>9</sub> (trójwymiarowa)	0,963	$a_2 = -0,350; a_4 = -0,350; a_9 = 0,775$

15

## Alina Karwowska-Lamparska

Prace IŁ

cd. tablicy 3

1	2	3
P. P. P. (tráinumiarowa)	0.217	a = 0.835; a = 2.55; a = -2.36
P = P = (trojwymatowa)	12.4	$u_2 = 0,055, u_4 = 2,55, u_{12} = -2,50$
$F_4 F_9 F_{12}$ (trojwymiarowa)	12,4	$a_4 = 1/1; a_9 = 88; a_{12} = 88$
$P_2 P_4 P_9 P_{12}$ (czterowymiarowa)	2,31	$a_2 = -2,59; a_4 = -24,4; a_9 = 14,0;$
		$a_{12} = 14,3$
$P_2 P_4 P_5 P_{12}$ (czterowymiarowa)	0,0562	$a_2 = 0,239; a_4 = -1,55; a_5 = 1,55;$
		$a_{12} = 0.815$ *
$P_4 P_5 P_9 P_{12}$ (czterowymiarowa)	0,00317	$a_4 = -0,358; a_5 = 0,226; a_9 = -0,117;$
		$a_{12} = 1,26$
$P_2 P_4 P_5 P_6$ (czterowymiarowa)	0,277	$a_2 = 0,840; a_5 = 6,47; a_5 = -4,26;$
		$a_6 = -2,07$
$P_2 P_4 P_5 P_9 P_{12}$	0,0442	$a_2 = 0,257; a_4 = -1,08; a_5 = 1,24;$
(pięciowymiarowa)		$a_9 = 0,186; a_{12} = 0,442$
$P_4 P_5 P_6 P_9 P_{12}$	0,0599	$a_4 = -0,415$ : $a_5 = 0,979$ ; $a_6 = -0,0215$ ;
(pięciowymiarowa)		$a_9 = 0,212; a_{12} = 0,212$
$P_2 P_4 P_5 P_6 P_9 P_{12} P_{14} P_{17} P_{20}$	0,241	$a_2 = 2,43; a_4 = -0,111; a_5 = 0,702;$
P <sub>21</sub>		$a_6 = 0,941; a_9 = -1,21; a_{12} = 0,533;$
(dziesięciowymiarowa)		$a_{14} = 1,98; a_{17} = -3,06; a_{20} = -3,06;$
		$a_{21} = 2,43$

Tablica 4

Prognozowanie dla sygnalów obrazu

Próbki wykorzystywane do tworzenia prognozy	Kwadrat różnicy pomiędzy próbkami σ <sup>2</sup> obliczony z zależności (6)	Założone wartości współczynników a <sub>i</sub>
1	2	3

## Sygnał telewizji monochromatycznej

P <sub>1</sub> (jednowymiarowa)	0,02	$a_1 = 1$
P <sub>4</sub> (jednowymiarowa)	0,02	$a_4 = 1$
P <sub>1</sub> P <sub>4</sub> (dwuwymiarowa)	0,02	$a_1 = 0,5; a_4 = 0,5$
<b>P</b> <sub>4</sub> <b>P</b> <sub>5</sub> (dwuwymiarowa)	0,0225	$a_4 = 0,75; a_5 = 0,25$
P <sub>1</sub> P <sub>4</sub> P <sub>8</sub> (trójwymiarowa)	0,035	$a_1 = 0,75; a_4 = -0,25; a_8 = 0,5$
P <sub>1</sub> P <sub>4</sub> P <sub>5</sub> (trójwymiarowa)	0,0225	$a_1 = 0,5; a_4 = 0,25; a_5 = 0,25$
<b>P</b> <sub>1</sub> <b>P</b> <sub>2</sub> <b>P</b> <sub>3</sub> (trójwymiarowa)	0,058	$a_1 = 0,75; a_2 = 0,75; a_3 = -0,5$
$P_1 P_4 P_5 P_6$ (czterowymiarowa)	0,015	$a_1 = 0,5; a_4 = 0,5; a_5 = 0,25;$
		$a_6 = -0,25$
~		

## Sygnał luminancji telewizji kolorowej

P <sub>1</sub> (jednowymiarowa)	0,02	$a_1 = 1$
P <sub>4</sub> (jednowymiarowa)	0,03	$a_4 = 1$
$P_1 P_4$ (dwuwymiarowa)	0,025	$a_1 = 0,5; a_4 = 0,5$
P <sub>4</sub> P <sub>5</sub> (dwuwymiarowa)	0,1475	$a_4 = 1; a_5 = -0,125$
1 4 1 5 (Uwuwyilliatowa)	0,1475	<i>u</i> <sub>4</sub> – 1, <i>u</i> <sub>5</sub> – 0,125

Wybór optymalnego algorytmu prognozy ...

cd. tablicy 4

1	2	3			
$P_1 P_4 P_8$ (trójwymiarowa) $P_1 P_2 P_4$ (trójwymiarowa) $P_1 P_4 P_5$ (trójwymiarowa) $P_1 P_4 P_5 P_6$ (czterowymiarowa)	0,037 0,0325 0,023 0,027	$a_1 = 0.75; a_4 = -0.25; a_8 = 0.5$ $a_1 = 0.25; a_2 = 0.25; a_4 = 0.5$ $a_1 = 0.5; a_4 = 0.5; a_5 = 0.002$ $a_1 = 0.5; a_4 = 0.25; a_5 = 0.25;$ $a_6 = -0.25$			
Sygnały różnicowe koloru					
$P_2$ (iednowymiarowa)	0,02	$a_2 = 1$			
P <sub>4</sub> (jednowymiarowa)	0,02	$a_4 = 1$			
P <sub>2</sub> P <sub>4</sub> (dwuwymiarowa)	0,02	$a_2 = 0.5; a_4 = 0.5$			
P <sub>4</sub> P <sub>5</sub> (dwuwymiarowa)	0,02	$a_4 = 0,25; a_5 = 0,75$			
P <sub>2</sub> P <sub>4</sub> P <sub>5</sub> (trójwymiarowa)	0,08	$a_2 = 0,5; a_4 = 0,5; a_5 = -0,0625$			
P <sub>4</sub> P <sub>5</sub> P <sub>6</sub> (trójwymiarowa)	0,082	$a_4 = 0,75; a_5 = 0,25; a_6 = -0,0625$			
$P_4 P_5 P_9 P_{12}$ (czterowymiarowa)	0,22	$a_4 = -0,25; a_5 = 0,25; a_9 = -0,125;$ $a_{12} = 1$			
$P_2 P_4 P_5 P_{12}$ (czterowymiarowa)	0.1	$a_2 = 0.25; a_4 = -1.5; a_5 = 1.5;$			

Алина Карвовска-Лямпарска

### ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОГО АЛГОРИТМА ПРЕДСКАЗАНИЯ ПРИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОМ МЕЖЭЛЕМЕНТНОМ КОДИРОВАНИИ ВИДЕОСИГНАЛОВ

 $a_{12} = 0.75$ 

#### Резюме

В статье проанализирован вопрос выбора алгоритма для создания предсказания для сигналов черно-белого и цветного телевидения, с учетом статистических свойств изображения. Опираясь на находимые в технической литературе функци автоковарианции для сигналов черно-белого телевидения, для сигнала яркости и цветоразностных сигналов цветного телевидения расчитаны значения квадрата разницы между испытуемым отсчетом и его предсказанием, для разных случаев предсказания одно-, двух-, трех- и более мерного. Получены зависимости соответствующие оптимальным предсказаниям для ртех выше высказанных видов сигналов. Проведен тоже анализ алгоригмов создания предсказания в случаях когда коэффициенты на которые умножаются значения соответствующих отсчетов принимают значения степений числа<sup>1</sup>/2. Получилось, что в данном случае предсказание близко оптимальному при применении одномерного предсказания.

#### Alina Karwowska-Lamparska

### CHOICE OF THE OPTIMUM PREDICTION ALGORITM IN THE CASE OF THE INTRAFRAME DIFFERENTIAL ENCODING OF THE VIDEO SIGNALS

#### Summary

The paper deals with the problem of the choise of the algoritm of building the prediction for monochrome and colour televsion signals taking into account the statistical properties of the image. The values of the square of the difference between the sample analyzed and its prediction for various cases for one-, two-, three- and more dimensional prediction were calculated on the basis of the autocovariance functions published for monochrome televsion signals and for luminance and colour difference signals of colour televsion. The interdependences were obtained which must be met by the optimal predictions for the three aforementioned kinds of signals. The algoritms of building the prediction in the case when the coefficients used to multiply the particular samples are the powers of the number 1/2 were analyzed too. In such a case the prediction was obtained to be close to optimum one with the application of one – dimensional prediction.

Alina Karwowska-Lamparska

#### CHOIX DE L'ALGORITHME OPTIMAL DE PREDICTION POUR CODAGE DIFFERENTIEL INTRA-TRAME DES SIGNAUX VIDEO

#### Resume

On a examiné la question du choix de l'algorithme de prédiction des signaux de télévision monochrome et en couleur en prenant en considération certaines qualités statistiques de l'image. En se basant sur les fonctions d'autocovariance pour les signaux de télévision monochrome, pour le signal de luminance et pour les signaux différentiels de télévision en couleurs, que l'on trouve en littérature du sujet, on a calculé les valeurs de la différence carrée entre l'échantillon examiné et da prédiction pour les différents cas de prédiction uni-, bi-, tri- et multidimensionnelle.

On a obtenu les relations correspondantes aux prédictions optimales ci-haut mentionnes pour le trois premiers groupes de signaux.

On a analysé également les algorithmes des prédictions où les coefficients par lesquels on doit multiplier les valeurs des échantillons sont des puissances du nombre 1/2. On a constaté que la prédiction unidimensionnelle est la plus proche de l'optimale.

Alina Karwowska-Lamparska

#### AUSWAHL DES OPTIMALEN PRADIKTIONS – ALGORITMUS BEI DIFFERENZ-, INFELDKODIERUNG DES VIDEOSIGNALS

#### Zusammenfassung

In dem Artikel wurde das Problem der Auswahl des Algoritmus für Pradiktionsausarbeitung für die Signale des Schwarz-weiss- und Farbfernsehens bei Berücksichtigung der statistischen Eigenschaften des Bildes analysiert. Auf Grund der in Literatur gegebenen Autokovarianzfunktionen wurden die monochromatischen Signale, Luminanzsignal im Farbfernsehen und Differenzsignale der Farbe die Werte des Quadrates der Differenz zwischen dem geprüften Abtastwert und seiner Pradiktion fur Verschiedene ein-, zwei-, drei- und mehrwertige Pradiktionsfalle berechnet. Es wurden die Zusammenhange erreicht, die die optimale Pradiktion fur die drei obengenannten Signalwerte erfüllen.

Es wurden auch Algoritme der Prādiktionsausarbeitung für den Fall analysiert, in dem die Faktoren durch die die entsprechenden Abtastwerte multipliziert werden sollen, die Potenz der 1/2 Zahl sind. Es wurde dabei festegestellt, dass in diesem Fall die Prā diktion nah der optimalen ist, wenn man die einwertige Prādiktion verwendet (z. B. den Abtastwert, der den geprüften Abtastwert vorausgeht). STANISŁAW DYMOWSKI

621.391:621.394.9

## MODELE MATEMATYCZNE SYGNAŁÓW IZOCHRONICZNYCH, GENEROWANYCH PRZEZ TERMINALE DANYCH

Rękopis dostarczono do Komitetu Redakcyjnego dnia 18.XII.1981 r.

W pracy przedstawiono matematyczny model sygnałów elektrycznych, obserwowanych w obwodzie "dane nadawane" synchronicznego terminala danych oraz omówiono wynikające z przyjętego modelu sygnału modele widm energetycznych i odpowiadających im funkcji autokorelacji.

#### **1. WPROWADZENIE**

Przedmiotem przeprowadzonej analizy są sygnały elektryczne generowane w obwodzie "dane nadawane" przez terminale danych (DTE) przeznaczone do pracy w systemach synchronicznych, a zgodnie z terminologią zalecaną przez Międzynarodowy Doradczy Komitet Telegraficzny i Telefoniczny (CCITT) sygnały elektryczne pojawiające się w obwodzie 103 na styku z urządzeniem komunikacyjnym (DCE), określonym Zaleceniami V. 24 i V. 28 [1, 13, 14, 16]. Powyższe określenie rozszerza nieco pojęcie terminala, gdyż może to być również łańcuchowe połączenie terminala danych z pewnym urządzeniem pośredniczącym, np. z urządzeniem służącym do zabezpieczenia przed błędami [14 rys. 1/V. 24].

W niniejszym artykule interesuje nas stan bezawaryjnej pracy terminala trwający przez czas T, począwszy od pewnego ustalonego momentu czasu  $t_0$ . Z Zaleceń V. 1 i V. 4 [14] wynika, że w czasie bezawaryjnej pracy terminala danych, tzn. w przedziale czasu ( $t_0$ ,  $t_0 + T$ ), sygnał napięcia w obwodzie 103 jest izochronicznym sygnałem binarnym o wartościach  $\pm A$ , a właściwości statystyczne tego sygnału zależą od właściwości statystycznych źródła informacji i reguł przyporządkowania w urządzeniach pośredniczących ewentualnie występujących pomiędzy DTE i DCE. Z kolei stan pracy awaryjnej można interpretować jako zerową wartość napięcia w obwodzie 103, wobec czego interesujący nas sygnał elektryczny s ma postać przedstawioną na rys. 1.

Oznaczając przez  $\tau$  czas trwania elementu sygnału s można założyć, bez większego zniekształcania stanu rzeczywistego, że czas bezawaryjnej pracy terminala T jest całkowitą wielokrotnością czasu trwania elementu sygnału, tzn.  $T = N\tau$ , gdzie N jest dowolną liczbą całkowitą. Decydując się na postać sygnału s przedstawioną na rys. 1 świadomie pomijamy skończony czas przejścia od wartości – A do wartości



Rys. 1. Przykładowy sygnał napięcia w obwodzie "dane nadawane" terminala danych

A i na odwót [14, Zalecenie V. 28], gdyż w stosunkowo prosty sposób potrafimy uwzględnić to, że kształt rzeczywistego elementu sygnału generowanego w obwodzie 103, w przedziale czasu  $[t_0+(k-1)\tau, t_0+k\tau], k = 1, 2, ..., N$ , odbiega od prostokąta pokazanego na rys. 1 [5, 8, 15].

Ograniczając się jedynie do idealizacji kształtu napięcia generowanego w obwodzie 103 terminala danych chcemy w rozpatrywanym modelu matematycznym uwzględnić inne, wymienione wyżej jego cechy, a przede wszystkim skończony czas trwania bezawaryjnego stanu pracy terminala  $T = N\tau$ . Różni to rozpatrywany model od innych spotykanych w literaturze np. [8, 15], gdzie zazwyczaj zakłada się, że N jest tak duże, iż można rozpatrywać nieskończone ciągi binarne, a ponadto zakłada się najczęściej stacjonarność takich ciągów, a więc ogranicza się z założenia ich właściwości statystyczne.

W niniejszej pracy rozpatruje się model sygnału s o zupełnie dowolnych właściwościach statystycznych. Dla podkreślenia, że jest to sygnał składający się z dowolnie dużej, lecz skończonej, liczby N elementów o czasie trwania  $\tau$ , będziemy w dalszej części oznaczali funkcję modelującą interesujący nas sygnał przez  $s_N$ .

## 2. MODEL MATEMATYCZNY SYGNAŁU s<sub>N</sub>

Wprowadzony we wstępie binarny sygnał przypadkowy  $s_N$  przyjmuje wartości różne od zera w przedziale czasu  $[t_0, t_0 + N\tau]$  i składa się z N kolejno następujących po sobie impulsów prostokątnych o szerokości  $\tau$ , przybierających w sposób przypadkowy albo wartość A, albo wartość -A. Dla formalnego zapisania zależności określającej wartości sygnału  $s_N$  w różnych chwilach czasowych rozdzielamy przedział czasu  $[t_0, t_0 + N\tau]$  na N kolejno następujących po sobie podprzedziałów  $[(t_0, t_0 + \tau), (t_0 + \tau, t_0 + 2\tau)], \dots, [t_0 + (N-1)\tau, t_0 + N\tau],$  w których sygnał przybiera w sposób przypadkowy stałą wartość albo A, albo - A. Wartość sygnału  $s_N$  w przedziale czasu  $(t_0 + (k-1)\tau, t_0 + k\tau),$  dla  $k = 1, 2, \dots, N,$  oznaczamy przez  $\zeta_k$  i z podanych wyżej właściwości sygnału  $s_N$  wynika, że  $\zeta_k$  jest dyskretną zmienną losową przybierającą wartości ze zbioru  $\Omega_{\xi_k} = \{A, -A\}$  z prawdopodobieństwami odpowiednio  $P_{\xi_k}(A)$  i  $P_{\xi_k}(-A)$ , przy czym  $P_{\xi_k}(A) + P_{\xi_k}(-A) = 1$ . Korzystając ze znanej w literaturze technicznej funkcji skoku jednostkowego 1 takiej, że

$$\mathbf{1}(t) = \begin{cases} 0, \ t < 0, \\ 1, \ t > 0, \end{cases}$$

możemy wartości przypadkowego sygnału s<sub>N</sub> zapisać w następującej postaci

$$s_N(t; \xi_1, \xi_2, ..., \xi_N) = \sum_{k=1}^N \xi_k (\mathbf{1} [t - t_0 - (k - 1) \tau] - \mathbf{1} [t - t_0 - k\tau]).$$
(1)

Jeżeli uporządkowane N dyskretnych binarnych zmiennych losowych  $\xi_2$ , oznaczymy przez tzn.  $\zeta = (\xi_1, \xi_2, ..., \xi_N)$ , to realizacjami N – wymiarowej zmiennej losowej  $\xi$  są uporządkowane ciągi N wartości A i – A i istnieje 2<sup>N</sup> różnych realizacji zmiennej losowej  $\xi$ . Będziemy je odpowiednio oznaczali przez  $x_1, x_2, ..., x_{2N}$  i rozpatrywali jako elementy zbioru  $\Omega = \{x_1, x_2, ..., x_{2N}\}$ . Każda z realizacji  $s_N(t; x_p)$ ,  $p = 1, 2, \ldots, 2^N$ , przypadkowego sygnału  $s_N$  jest generowana z prawdopodobieństwem  $P\xi(x_p)$ , a statystyczne właściwości rozpatrywanego terminala charaktery-zuje rozkład prawdopodobieństw

$$\Pi_{\xi} = \{ P_{\xi}(x_1), P_{\xi}(x_2), ..., P_{\xi}(x_{2N}) \},\$$

przy czym oczywiście z właściwości rozkładów prawdopodobieństw wynika, że

$$\sum_{p=1}^{2^N} P_{\xi}(x_p) = 1$$

oraz, że każde prawdopodobieństwo  $P_{\xi_k}(A)$ , k = 1, 2, ..., N, można otrzymać w wyniku sumowania odpowiednich elementów zbioru  $\Pi_{\varepsilon}$ .

Wprowadzony wyżej model sygnału  $s_N$  o wartościach określonych równością (1) jest szczególnym przypadkiem modelu izochronicznego przypadkowego sygnału dyskretnego rozpatrywanego w pracy [3]. W dalszym ciągu będziemy więc korzystali z wyników udowodnionych w tej pracy.

Zgodnie z koncepcją przedstawioną we wstępie do pracy [4] każdemu sygnałowi przypadkowemu  $s_N$  charakteryzującemu się skończoną liczbą realizacji można jednoznacznie przyporządkować widmo gęstości energii  $P_{n,N}$ , lub widmo gęstości mocy  $M_{n,N}$  przy czym

$$P_{s_N}(f) = \sum_{\Omega_{\xi}} P_{\xi}(x_p) \left| \int_{t_0}^{t_0 + N\tau} s_N(t; x_p) e^{-j2\pi f t} dt \right|^2,$$
(2)

$$M_{s_{N}}(f) = \frac{1}{N\tau} P_{s_{N}}(f).$$
(3)

Stanisław Dymowski

Z kolei odwrotne transformaty Fouriera widm  $P_{s_N}$  i  $M_{s_N}$  nazywamy funkcjami autokorelacji, przy czym

$$\varphi_{s_N} = \mathscr{F}^{-1}\{P_{s_N}\},\tag{4}$$

$$\Phi_{\delta_N} = \mathscr{F}^{-1}\{M_{\delta_N}\},\tag{5}$$

gdzie  $\mathcal{F}^{-1}$  jest symbolem odwrotnego przekształcenia Fouriera, a z porównania określeń (2) i (3) wynika

$$\Phi_{s_N} = \frac{1}{N\tau} \,\varphi_{s_N} \,. \tag{6}$$

Dla scharakteryzowania energetycznych właściwości sygnału można więc wybrać jedną z dwóch par funkcji, a mianowicie  $(P_{s_N}, \varphi_{s_N})$ , lub  $(M_{s_N}, \Phi_{s_N})$ . W niniejszej pracy ograniczymy się do rozpatrywania właściwości funkcji  $M_{s_N}$  i  $\Phi_{s_N}$  dla wprowadzonego wyżej binarnego sygnału przypadkowego  $s_N$ .

Korzystając z wyników podanych w pracach [3, 4] mamy

$$M_{s_N}(f) = \frac{1}{N\tau} P_N(2\pi f) ,$$

gdzie przez  $P_N$  oznaczono w pracy [3] widmo gęstości energii sygnału  $s_N$ , a więc uwzględniając równości (16), (10) i (9) z pracy [3] dla  $\omega = 2\pi f$  otrzymujemy

$$M_{s_{N}}(f) = \frac{1}{N\tau} \tau \left| \frac{\sin(\pi f\tau)}{\pi f\tau} \right|^{2} \left( \varphi_{s_{N}}(0) + 2 \sum_{k=1}^{N-1} \varphi_{s_{N}}(k\tau) \cos(2\pi f k\tau) \right) = \\ = \frac{1}{N} \frac{\sin^{2}(\pi f\tau)}{(\pi f\tau)^{2}} \varphi_{s_{N}}(0) \left\{ 1 + 2 \sum_{k=1}^{N-1} \frac{\varphi_{s_{N}}(k\tau)}{\varphi_{s_{N}}(0)} \cos(2\pi f k) \right\} = \\ = \frac{1}{N} \frac{\sin^{2}(\pi f\tau)}{(\pi f\tau)^{2}} \tau A^{2} N \left\{ 1 + 2 \sum_{k=1}^{N-1} \frac{\varphi_{s_{N}}(k\tau)}{\varphi_{s_{N}}(0)} \cos(2\pi f k\tau) \right\} = \\ = \tau A^{2} \frac{\sin^{2}(\pi f\tau)}{(\pi f\tau)^{2}} \left\{ 1 + 2 \sum_{k=1}^{N-1} R_{s_{N}}(k\tau) \cos(2\pi f k\tau) \right\},$$
(7)

gdzie przez R<sub>s</sub>, oznaczono zredukowaną funkcję autokorelacji, tzn.:

$$R_{s_N}(y) = \frac{\varphi_{s_N}(y)}{\varphi_{s_N}(0)} = \frac{\Phi_{s_N}(y)}{\Phi_{s_N}(0)}.$$
(8)

Z kolei z równości (13) w pracy [3] wynika, że

$$R_{s_N}(y) = g(y) + \sum_{k=1}^{N-1} R_{s_N}(k\tau) \left[ g(y+k\tau) + g(y-k\tau) \right],$$
(9)

przy czym

$$g(y) = \begin{cases} 1 - \frac{|y|}{\tau} & \text{dla } |y| < \tau, \\ 0 & \text{dla } |y| \ge \tau. \end{cases}$$

Ponieważ  $\Phi_{s_N}(0) = A^2$ , a więc zgodnie z (8) mamy

$$\Phi_{s_N}(y) = A^2 R_{s_N}(y) \,. \tag{10}$$

Dla określenia widma gęstości mocy  $M_{s_N}$  i odpowiadającej mu funkcji autokorelacji  $\Phi_{s_N}$  celowo wykorzystano wyniki podane w pracy [3], gdyż umożliwiają one uzależnienie wartości funkcji  $M_{s_N}$  i  $\Phi_{s_N}$  od mierzalnych wartości  $R_{s_N}(k\tau)$ , a nie od wartości prawdopodobieństw typu  $P_{\xi l\xi k}(A, A)$ ,  $P_{\xi l\xi k}(A, -A)$ ,  $P_{\xi l\xi k}(-A, A)$ ,  $P_{\xi l\xi k}(-A, -A)$ . Dla oszacowania właściwości widma gęstości mocy  $M_{s_N}$  jest celowe szczegółowe przeanalizowanie właściwości funkcji  $R_{s_N}$ , czy też funkcji  $\Phi_{s_N}$ .

## 3. WŁAŚCIWOŚCI ZREDUKOWANEJ FUNKCJI AUTOKORELACJI

W pierwszej kolejności rozpatrzmy właściwości funkcji  $R_{s_N}$ , wynikające bezpośrednio z równości (9). W tym celu zauważmy, że występująca w tej równości funkcja g przyjmuje wartości różne od zera tylko dla wartości modułu zmiennej mniejszych od  $\tau$  (rys. 2). Z tego z kolei wynika, że dla każdego  $k \in \{1, 2, ..., N-1\}$  wartości



Rys. 2. Wykres wartości g(y)

funkcji zapisanej w nawiasie kwadratowym pod znakiem sumy w równości (9) są różne od zera jedynie dla  $y \in [-(k+1)\tau, -(k-1)\tau]$  i  $y \in [(k-1)\tau, (k+1)\tau]$ , co pokazuje rys. 3. Wobec powyższego mamy

$$R_{s_N}(0) = g(0) = 1. \tag{11}$$



Rys. 3. Wykres wartości  $g(y+k\tau)+g(y-k\tau)$ dla  $k \in \{1, 2, ..., N-1\}$  Stanislaw Dymowski

Prace IŁ

Uwzględniając parzystość funkcji  $R_{s_N}$  będziemy w dalszym ciągu rozpatrywali jedynie wartości tej funkcji dla nieujemnych wartości zmiennej. Z przedstawionych wyżej właściwości wynika, że dla każdego  $k \in \{1, 2, ..., N-1\}$  wartości funkcji  $R_{s_N}$  dla  $y \in [(k-1)\tau, k\tau]$  są określone zależnością

 $R_{s_N}(y) = R_{s_N}[(k-1)\tau]g[y-(k-1)\tau] + R_{s_N}(k\tau)g(y-k\tau),$ 

co pokazano na rys. 4.



Rys. 4. Wykres  $R_{s_N}(y)$ dla  $(k-1) \tau \leq y \leq k\tau$ 

Ponieważ dla  $y \in [(k-1)\tau, k\tau]$  mamy

$$g [y - (k-1)\tau] = 1 - \frac{y - (k-1)\tau}{\tau},$$
$$g (y - k\tau) = 1 + \frac{y - k\tau}{\tau},$$

τ

$$R_{s_{N}}(y) = R_{s_{N}}\left[(k-1)\tau\right]\left(k-\frac{y}{\tau}\right) + R_{s_{N}}(k\tau)\left(1+\frac{y}{\tau}-k\right) =$$
  
=  $\frac{y}{\tau} \left\{R_{s_{N}}(k\tau) - R_{s_{N}}\left[(k-1)\tau\right]\right\} - k\left\{R_{s_{N}}(k\tau) - R_{s_{N}}\left[(k-1)\tau\right]\right\} + R_{s_{N}}(k\tau) =$   
=  $\frac{y-k\tau}{\tau} \left\{R_{s_{N}}(k\tau) - R_{s_{N}}\left[(k-1)\tau\right]\right\} + R_{s_{N}}(k\tau).$ 

Oznaczając przez  $R_{s_wk}$  funkcję o wartościach

$$R_{s_{N},k}(y) = \begin{cases} \frac{y - k\tau}{\tau} \{R_{s_{N}}(k\tau) - R_{s_{N}}[(k-1)\tau]\} + R_{s_{N}}(k\tau) \text{ dla } y \in [(k-1)\tau, k\tau], \\ 0 \text{ dla } y \notin [(k-1)\tau, k\tau], \end{cases}$$
(12)

przedstawioną na rys. 5, możemy wartości zredukowanej funkcji autokorelacji  $R_{s_N}$ dla nieujemnych wartości y zapisać następująco

$$R_{s_{N}}(y) = \sum_{k=1}^{N} R_{s_{N},k}(y), \qquad (13)$$

przy czym pamiętamy, że  $R_{s_{N}}(N\tau) = 0.$ 

Przedstawione na rys. 4 i 5 proporcje wartości  $R_{s_N}(k\tau)$  i  $R_{s_N}[(k-1)\tau]$  są oczywiście umowne. Z analizy zależności (9) wiemy jedynie, że  $R_{s_N}(0) = 1$ , a pozostałe wartości  $R_{s_N}(k\tau)$  dla  $k \neq 0$  są liczbami rzeczywistymi. Z zależności (13) wynika, że



Rys. 5. Wykres  $R_{s_{y},k}(y)$ 

dla  $y \ge 0$  wartości funkcji  $R_{s_N}$  tworzą linię łamaną rozpoczynającą się od wartości 1 dla y = 0, a kończącą się wartością zerową dla  $y = N\tau$ . Dla  $y > N\tau$  wartości  $R_{s_N}(y)$ są równe zeru. Oczywiście w przypadku, gdy dla pewnego k jedna z wartości  $R_{s_N}[(k-1)\tau]$  i  $R_{s_N}(k\tau)$  jest ujemna, a druga dodatnia, to funkcja  $R_{s_N}$  przybiera wartość zerową w przedziale  $y \in [(k-1)\tau, k\tau]$  dla dodatniej wartości  $y = y_{0,k}$ , przy czym

$$y_{0,k} = \left[ k - \frac{R_{s_N}(k\tau)}{R_{s_N}(k\tau) - R_{s_N}[(k-1)\tau]} \right] \tau .$$
(14)

Jeżeli w formie przykładu rozpatrzymy przypadek k = 1 i założymy, że  $R_{s_{y}}(\tau) < 0$ , to pierwsze zero funkcji  $R_{s_{y}}$  występuje dla  $y = y_{0,1}$ , przy czym

$$y_{0,1} = \tau \left[ 1 - \frac{R_{s_N}(\tau)}{R_{s_N}(\tau) - 1} \right] = \frac{\tau}{1 - R_{s_N}(\tau)} < \tau$$

Dla określenia innych właściwości funkcji  $R_{s_N}$  zauważmy na podstawie zależności (10), (5) i (3), że

$$R_{s_{N}}(y) = \frac{1}{A^{2}} \Phi_{s_{N}}(y) = \frac{1}{A^{2}} \int_{-\infty}^{\infty} M_{s_{N}}(f) e^{j2\pi fy} df =$$

$$= \frac{1}{A^{2} N \tau} \int_{-\infty}^{\infty} P_{s_{N}}(f) e^{j2\pi fy} df =$$

$$= \frac{1}{A^{2} N \tau} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \sum_{\Omega_{q}} P_{q}(x_{p}) \right|_{t_{0}}^{t_{0}+N \tau} s_{N}(t; x_{p}) e^{-j2\pi f t} dt \Big|^{2} e^{j2\pi f y} df =$$

$$= \sum_{\Omega_{q}} P_{q}(x_{p}) \frac{1}{A^{2} N \tau} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \int_{t_{0}}^{t_{0}+N \tau} s_{N}(t; x_{p}) e^{-j2\pi f t} dt \right|^{2} e^{j2\pi f y} df.$$
(15)

W ostatniej postaci równości (15) wyrażenie

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{t_0}^{t_0+N\tau} s_N(t;x_p) e^{-j2\pi ft} dt \Big|^2 e^{j2\pi fy} df = \psi_{s_N}(y;x_p)$$
(16)

jest odwrotnym przekształceniem Fouriera funkcji będącej kwadratem modułu przekształcenia Fouriera pewnej realizacji  $s_N(t; x_p)$  przypadkowego sygnału  $s_N$  i określa funkcję w taką, że

$$\psi_{s_N}(y; x_p) = \begin{cases} \int_{t_0-y}^{t_0+N\tau} s_N(t; x_p) s_N(t+y; x_p) dt dla & -N\tau \leqslant y \leqslant 0, \\ \int_{t_0+N\tau-y}^{t_0+N\tau-y} s_N(t; x_p) s_N(t+y; x_p) dt dla & 0 \leqslant y \leqslant N\tau, \\ 0 & \text{dla } |y| > N\tau \end{cases}$$
(17)

Łatwo zauważa się, że dla każdej realizacji zmiennej losowej 🕻 tzn. dla każdego x<sub>n</sub>

$$\psi_{s_N}(0; x_p) = \int_{0}^{t_0 + N\tau} s^2(t; x_p) dt = A^2 N\tau,$$

więc

$$R_{s_N}(y) = \sum_{\Omega_{\xi}} P_{\xi}(x_p) \frac{\psi_{s_N}(y; x_p)}{\psi_{s_N}(0; x_p)},$$
(18)

z czego wynika, że zredukowana funkcja autokorelacji  $R_{s}$  przypadkowego sygnału sw jest wartością oczekiwaną zredukowanych funkcji autokorelacji odpowiadających poszczególnym realizacjom sygnału  $s_N$ .

Niezależność  $\psi_{s_N}(0; x_p)$  od typu realizacji przypadkowego sygnału binarnego  $s_N$  potwierdza fakt, że

$$R_{s_N}(0) = \frac{\psi_{s_N}(0; x_p)}{\psi_{s_N}(0; x_p)} = 1,$$

a poniżej wykażemy, że wartość ta jest największą wartością modułu funkcji  $R_s$ , tzn.:

$$1 = R_{s_N}(0) = \max_{y} |R_{s_N}(y)|.$$

Rozpatrzmy w tym celu, dla dowolnych rzeczywistych skończonych wartości y, oczywistą zależność

$$\bigwedge_{\mathbf{x}_p \mathbf{\Omega}_{\varepsilon}} \int_{-\infty}^{\infty} [s_N(t; x_p) \pm s_N(t+y; x_p)]^2 dt \ge 0,$$

z której dla każdej realizacji przypadkowego sygnału s<sub>N</sub> wynika, że

$$\int_{-\infty}^{\infty} s_N^2(t; x_p) dt \pm 2 \int_{-\infty}^{\infty} s_N(t; x_p) s_N(t+y; x_p) dt + \int_{-\infty}^{\infty} s_N^2(t+y; x_p) dt \ge 0.$$

Ponieważ

$$\int_{-\infty}^{\infty} s_N^2(t; x_p) dt = \int_{t_0}^{t_0 - N\tau} s_N^2(t; x_p) dt = \psi_{s_N}(0; x_p),$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} s_N^2(t+y; x_p) dt = \int_{t_0}^{t_0 + N\tau} s_N^2(z; x_p) dz = \psi_{s_N}(0; x_p),$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} s_N(t; x_p) s_N(t+y; x_p) dt = \psi_{s_N}(y; x_p),$$

więc

$$\psi_{s_N}(0; x_p) \geq \pm \psi_{s_N}(y; x_p)$$

czyli

$$1 \ge \frac{|\psi_{s_N}(y; x_p)|}{\psi_{s_N}(0; x_p)}.$$
(19)

Z równości (18) wynika następujące oszacowanie

$$|R_{s_N}(y)| \leqslant \sum_{D_{\xi}} P_{\xi}(x_p) \frac{|\psi_{s_N}(y; x_p)|}{|\psi_{s_N}(0; x_p)|} \leqslant \sum_{D_{\xi}} P_{\xi}(x_p) = 1,$$

co dowodzi poprawności zależności

$$\max |R_{sN}(y)| = 1 . \tag{20}$$

Ze względu na postać zależności (7) i (9) interesujące jest dokładniejsze niż (20) oszacowanie wartości  $|R_{s_n}(k\tau)|$  dla  $k \in \{1, 2, ..., N-1\}$ . W tym celu, korzystając z równości (17), rozpatrujemy wyrażenie

$$R_{**}(k\tau) = \sum_{\Omega_{\xi}} P_{\xi}(x_p) \frac{\psi_{s_N}(k\tau; x_p)}{A^2 N \tau} =$$
  
= 
$$\sum_{\Omega_{\xi}} P_{\xi}(x_p) \frac{1}{A^2 N \tau} \int_{t_0}^{t_0 + N \tau - k\tau} s_N(t; x_p) s_N(t + k\tau; x_p) dt,$$

a następnie szacujemy wartość modułu powyższego wyrażenia korzystając z nierówności Buniakowskiego-Schwartza

$$\leq \sqrt{\int_{0}^{t_{0}+N\tau-k\tau} s_{N}(t; x_{p}) s_{N}(t+k\tau; x_{p}) dt} = \sqrt{(N-k)\tau A^{2}} \int_{0}^{t_{0}+(N-k)\tau} s_{N}^{2}(t; x_{p}) dt \cdot \int_{0}^{t_{0}+(N-k)\tau} s_{N}^{2}(t+k\tau; x_{p}) dt = \sqrt{(N-k)\tau A^{2}} \int_{0}^{N\tau} s_{N}^{2}(z; x_{p}) dz = (N-k)\tau A^{2}.$$
(21)



Rys. 6. Obszar dopuszczalnych wartości funkcji R<sub>s</sub>

Wobec powyższego wykorzystując rezultat (21) otrzymujemy ostatecznie następujące oszacowanie

$$\begin{aligned} |R_{s_N}(k\tau)| &\leq \sum_{D_{\xi}} P_{\xi}(x_p) \frac{1}{A^2 N \tau} \int_{t_0}^{t_0+(N-k)\tau} s_N(t; x_p) s_N(t+k\tau; x_p) dt \bigg| &\leq \\ &\leq \sum_{D_{\xi}} P_{\xi}(x_p) \frac{(N-k) A^2 \tau}{N A^2 \tau} = \frac{N-k}{N} , \end{aligned}$$

które zapisujemy w postaci

$$\bigwedge_{k \in \{1,2,\dots,N-1\}} |R_{s_N}(k\tau)| \leq \frac{N-k}{N}$$
(22)

Właściwość (20), oszacowanie (22) oraz właściwości omówione wyżej, a zapisane w postaci równości (13), umożliwiają inne, ogólniejsze oszacowanie, a mianowicie

$$|A_{|y| \leq N_t} |R_{s_N}(y)| \leq 1 - \frac{|y|}{N\tau}$$

oraz w konsekwencji określenie we współrzędnych  $(y, R_{s_N}(y))$  obszaru domkniętego, w którym mieszczą się dopuszczalne wartości zredukowanej funkcji autokorelacji  $R_{s_N}$ . Obszar ten przedstawiono na rys. 6 jako powierzchnię zakreskowaną.

Na podstawie dotychczas przeprowadzonej analizy właściwości zredukowanej funkcji autokorelacji  $R_{i}$  oraz na podstawie pomiarów eksperymentalnych można powiedzieć, że typowym dla przypadkowych ciągów binarnych jest przebieg tej funkcji przedstawiony na rys. 7. Warto również zwrócić uwagę na to, że przypadek

$$R_{s_N}(k\tau) = (-1)^k \frac{\overline{N-k}}{N}, \ k \in \{1, 2, ..., N-1\},\$$

odpowiada przebiegom  $s_N$  typu 1:1, tzn. takim, w którym na przemian występują impulsy o wartościach A i -A, gdyż sygnały takie są często stosowane do badań eksperymentalnych urządzeń transmisji danych.

Dotychczas oszacowaliśmy moduł wartości  $R_{s_v}(k\tau)$  dla ustalonych wartości  $k \in \{1, 2, ..., N-1\}$  i na tej podstawie jest możliwe następujące oszacowanie modułu sumy wartości  $R_{s_v}(k\tau)$ , a mianowicie

$$\left|\sum_{k=1}^{N-1} R_{s_N}(k\tau)\right| \leqslant \sum_{k=1}^{N-1} \left|R_{s_N}(k\tau)\right| \leqslant \sum_{k=1}^{N-1} \frac{N-k}{N} = \frac{1}{N} (1+2+\dots+N-1) = \frac{N-1}{2}.$$
(23)

Z drugiej strony z definicji widma energetycznego wynika, że

$$\bigwedge_f M_{s_N}(f) \ge 0 ,$$

w konsekwencji czego otrzymujemy warunek

$$\bigwedge_{f} \left[ 1 + 2 \sum_{k=1}^{N-1} R_{s_N}(k\tau) \cos\left(2\pi f k\tau\right) \right] \ge 0,$$

z którego wynika

$$\bigwedge_{f} \sum_{k=1}^{N-1} R_{s_N}(k\tau) \cos\left(2\pi f k\tau\right) \ge -0.5.$$
(24)



Rys. 7. Typowy przebieg funkcji  $R_{s_{y}}$ 

Stanisław Dymowski

W przypadkach szczególnych wartości f otrzymujemy z nierówności (24) szereg warunków koniecznych, np. dla f = 0

$$\sum_{k=1}^{N-1} R_{s_N}(k\tau) \ge -0.5 \ .$$

Powyższe oszacowania są istotne w przypadku symulowania widm gęstości mocy, czy też funkcji autokorelacji przypadkowych sygnałów binarnych  $s_N$  i zagadnienie to będzie odrębnie omówione w p. 5 niniejszej pracy.

## 4. OCENA SZEROKOŚCI WIDMA ENERGETYCZNEGO

Istnieje wiele kryteriów oceny szerokości widma energetycznego, tzn. widma gęstości mocy, czy też widma gęstości energii, pozwalających na określenie w umowny sposób przedziału częstotliwości  $[f_1, f_2]$ , w którym skupiona jest istotna z energetycznego punktu widzenia część widma. Najbardziej obiektywną metodą oszacowania szerokości widma wydaje się względna ocena energetyczna, tzn. wprowadzenie miary  $\varkappa_{s_v}$  takiej, że dla  $|f_1| < |f_2|$ 

$$\varkappa_{s_{N}}(f_{1}, f_{2}) = \frac{\int_{1}^{-f_{1}} M_{s_{N}}(f) \, \mathrm{d}f + \int_{f_{1}}^{f_{2}} M_{s_{N}}(f) \, \mathrm{d}f}{\int_{1}^{x} M_{s_{N}}(f) \, \mathrm{d}f}$$
(25)

Interpretację graficzną miary  $\varkappa_{s_{N}}$  przedstawiono na rys. 8.

Z parzystości funkcji  $M_{s_y}$  i z definicji funkcji autokorelacji  $\Phi_{s_y}$  wynika, że

$$\varkappa_{s_N}(f_1, f_2) = \frac{2}{\Phi_{s_N}(0)} \int_{f_1}^{f_2} M_{s_N}(f) \, \mathrm{d}f = \Theta_{s_N}(f_2) - \Theta_{s_N}(f_1) \,, \tag{26}$$

gdzie (por. [4]) funkcja  $\Theta_{s_N}$  jest częstotliwościową dystrybuantą energetyczną przypadkowego sygnału binarnego  $s_N$  zdefiniowaną następująco

$$\Theta_{s_{N}}(u) = \begin{cases} 0 , & u < 0, \\ \frac{2}{\Phi_{s_{N}}(0)} \int_{0}^{u} M_{s_{N}}(f) \, \mathrm{d}f, & u \ge 0. \end{cases}$$
(27)



Prace IŁ

32

Właściwości częstotliwościowej dystrybuanty energetycznej przypadkowego sygnału dyskretnego przeanalizowano szczegółowo w pracy [4], gdzie wykazano, że

$$\Theta_{s_N}(u) = D_0(u) + 2 \sum_{k=1}^{N-1} R_{s_N}(k\tau) D_k(u) , \qquad (28)$$

przy czym dla  $k \in \{0, 1, 2, ..., N-1\}$ 

$$D_{k}(u) = \frac{1}{\pi} \left\{ -\frac{2\sin^{2}(\pi\tau u)\cos(2\pi k\tau u)}{\pi\tau u} + (k-1)\operatorname{Si}\left[2\pi(k-1)\tau u\right] + (k+1)\operatorname{Si}\left[2\pi(k+1)\tau u\right] - 2k\operatorname{Si}\left(2\pi k\tau u\right) \right\}.$$
(29)

gdzie

$$\operatorname{Si}(y) = \int_{0}^{y} \frac{\sin(x)}{x} \, \mathrm{d}x \; .$$

W cytowanej wyżej pracy [4] podano wykresy funkcji  $D_0$ ,  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$ ,  $D_1$  i  $D_5$ we współrzędnych zredukowanych  $x = u\tau$  umożliwiające stosunkowo szybką ocenę wartości funkcji  $\Theta_{s_N}$  dla znanych wartości  $R_{s_N}(k\tau)$ , a ponadto zwrócono uwagę, że w wielu praktycznych przypadkach możliwe jest korzystanie dla x > 0.9 z zależności przybliżonej

$$\Theta_{s_N}\left(\frac{x}{\tau}\right) \cong D_0\left(\frac{x}{\tau}\right) + 2R_{s_N}(\tau) D_1\left(\frac{x}{\tau}\right).$$
(30)

Wprowadzone w pracy [4] metody określania wartości funkcji  $\Theta_{s_n}$  umożliwiają określenie w stosunkowo prosty sposób takich częstotliwości granicznych  $f_1$  i  $f_2$ , dla których  $\varkappa_{s_n}(f_1, f_2)$  przyjmuje założoną z góry wartość np. 0,9 czy 0,95 i wówczas poszukiwana szerokość widma energetycznego  $\Delta f$  jest określona przez różnicę  $\Delta f = f_2 - f_1$ .

Warto zwrócić uwagę, że w przypadku rozpatrywanych przypadkowych sygnałów binarnych  $s_N$  częstotliwość  $f_1$  albo jest równa zeru, albo przyjmuje niewielką w stosunku do  $f_2$  wartość dodatnią. W zastosowaniach praktycznych jest więc uzasadnione przybliżenie  $\Delta f \cong f_2$  i  $\varkappa_{s_N}(f_1, f_2) \cong \Theta_{s_N}(f_2)$ , co bardzo upraszcza wyznaczanie wartości  $f_2$  odpowiadającej zadanej wartości  $(f_1, f_2)$ .

Istnieje jeszcze bardzo prosta możliwość oszacowania szerokości widma energetycznego  $\Delta f \equiv f_2$  na podstawie przebiegu zredukowanej funkcji autokorelacji  $R_{s_N}$ , wynikająca z właściwości przekształcenia Fouriera. Rozpatrzmy kilka przypadków funkcji  $R_{s_N}$ , których wykresy przedstawiono odpowiednio na rys. 9, 10 i 11. Wykresy te sporządzono jedynie dla dodatnich wartości zmiennych, gdyż ze względu na parzystość funkcji  $R_s$  wystarcza to całkowicie dla celów prowadzonej analizy. Na rys. 9 przedstawiono wartości funkcji  $R_{s_N}$ , w przypadku gdy  $R_{s_N}(k\tau) = (N-k)/N$  dla  $k \in \{1, 2, ..., N-1\}$ . Funkcja  $R_p$  przybiera wartości z górnego brzegu obszaru dopuszczalnych wartości przedstawionego na rys. 6. Taka zredukowana funkcja autokorelacji  $R_{s_N}$  odpowiada realizacjom przypadkowego sygnału sa takim, w których wszystkie N impulsów o szerokości  $\tau$  posiadają identyczne znaki, a więc realizacjom, które



są impulsami prostokątnymi o szerokości  $N\tau$ . W tym krańcowym przypadku widmo gęstości mocy jest najbardziej skupione w otoczeniu f = 0 ze wszystkich możliwych realizacji przypadkowego sygnału  $s_N$ , a więc najmniejsza jest jego szerokość.

Z kolei na rys. 10 przedstawiono taki przypadek funkcji  $R_{s_N}$ , w którym  $R_{s_N}(k\tau) = (-1)^k (N-k)/N$ , dla  $k \in \{1, 2, ..., N-1\}$ . W punktach  $y = k\tau$  funkcja przybiera wartości z brzegu obszaru dopuszczalnych wartości przedstawionego na rys. 6, a zaznaczonego linią przerywaną na rys. 10. Jak zaznaczono w pkt 3 taka funkcja  $R_{s_N}$  odpowiada sygnałom  $s_N$  w których regularnie na przemian występują wartości A i -A, tzn. tzw. sygnałom 1:1. W tym przypadku zgodnie z zależnością (14)

$$y_{01}=\frac{N\tau}{2N-1}.$$

Ze wszystkich możliwych sygnałów binarnych  $s_N$  sygnałom typu 1:1 odpowiada najszersze widmo energetyczne.



#### Modele matematyczne sygnalów izochronicznych ...

Wszystkim pozostałym typom przypadkowych sygnałów binarnych  $s_N$  (różnym od omówionych wyżej dwóch przypadków) odpowiadają funkcje  $R_{s_N}$ , których prawie wszystkie wartości  $R_s$  ( $k\tau$ ) znajdują się wewnątrz obszaru (bez brzegu tego obszaru) dopuszczalnych wartości  $R_{s_N}$  przedstawionego na rys. 6. Szerokości widm energetycznych takich sygnałów są zawarte w przedziale szerokości, którego dolną granicą jest szerokość widma energetycznego o funkcji  $R_s$  z rys. 9, a górną granicą jest szerokość widma energetycznego o funkcji  $R_{s_N}$  z rys. 10. Przykładami funkcji autokorelacji odpowiadających tego typu sygnałom mogą być funkcja z rys. 7 lub funkcja z rys. 11.



Rys. 11. Reprezentatywny przebieg funkcji  $R_{s_y}$ 

3\*

Porównując przebiegi zredukowanych funkcji autokorelacji odpowiadające różnym typom przypadkowych sygnałów  $s_N$  zauważamy, że szerokość odpowiadającego im widma energetycznego jest proporcjonalna do odwrotności wartości pierwszego (licząc od początku układu współrzędnych dla  $y \ge 0$ ) zera funkcji  $R_s$ , które oznaczymy przez  $y_0$ . Wobec powyższego dla oszacowania szerokości widma energetycznego na podstawie przebiegu funkcji  $R_{s_N}$  możliwe jest stosowanie następującego przybliżenia

$$\Delta f \cong f_2 \approx \frac{1}{y_0}.$$
 (31)

Dla jednoznacznej interpretacji wartości  $y_0$  wyznaczymy ją dla rozpatrywanych przykładów funkcji  $R_{s_N}$ . Dla przykładów z rys. 7 i 10  $y_0 = y_{01}$ , dla przykładu z rys. 11  $y_0 = y_{02}$ , natomiast dla przykładu z rys. 9  $y_0 = N\tau$ . Wobec powyższego, przy interpretacji szerokości widma energetycznego w sposób określony regułą (31) możemy napisać

$$\frac{1}{N\tau} \leqslant \Delta f \leqslant \frac{2N-1}{N\tau} \cdot$$

Na zakończenie niniejszego rozdziału warto zwrócić uwagę, że przedstawione w nim metody oceny szerokości  $\Delta f$  widma energetycznego, zarówno dokładne jak i szacunkowe, uzależniały tę szerokość do właściwości funkcji  $R_s$ , a mianowicie
Stanislaw Dymowski

Prace IŁ

albo od wartości  $R_{s_N}(k\tau)$ ,  $k \in \{1, 2, ..., N-1\}$ , albo od wartości pierwszego zera  $y_0$  funkcji  $R_{s_N}$ . Ma to istotne znaczenie w pracach eksperymentalnych, gdyż na podstawie zmierzonych korelatorem wartości funkcji  $R_{s_N}$  możemy wnioskować o szerokości widma energetycznego przypadkowego sygnału binarnego  $s_N$ .

# 5. SYMULACJA WIDMA ENERGETYCZNEGO

Właściwości rozpatrywanego w niniejszej pracy widma gęstości mocy  $M_s$ (czy też widma gęstości energii P) przypadkowego sygnału binarnego s w istotny sposób zależą od statystycznych właściwości tego sygnału, określonych przez zbiór wartości  $R_{s_N}(k\tau)$  dla  $k \in \{1, 2, ..., N-1\}$ . Zbiór wartości  $R_{s_N}(k\tau)$ , o właściwościach omówionych w pkt. 3, determinuje kształt okresowej funkcji parzystej

$$g_{s_N}(f) = 1 + 2\sum_{k=1}^{N-1} R_{s_N}(k\tau) \cos(2\pi f k\tau)$$
(32)

decydującej o właściwościach widma energetycznego przypadkowego sygnału binarnego  $s_N$ . Oczywiście biorąc rzecz formalnie, dla danego zbioru wartości  $R_{s_N}(k\tau)$ należy wyznaczyć wartości widma  $M_{s_N}$  bezpośrednio z równości (7), lecz biorąc rzecz ogólnie dla dużych wartości N ilość operacji niezbędnych dla obliczenia jednej wartości funkcji  $M_{s_N}$  jest bardzo duża i nie jest to postępowanie ekonomiczne. Wyznaczanie wartości widma  $M_{s_N}$  bardzo upraszcza się, jeżeli możliwe jest przedstawienie funkcji (32) w zwartej postaci, najlepiej iloczynowej. Możliwość taka istnieje w szczególnych przypadkach, gdy albo  $R_{s_N}(k\tau) = (-1)^k (N-k)/N$  albo  $R_{s_N}(k\tau) =$ = (N-k)/N dla  $k \in \{1, 2, ..., N-1\}$ . Natomiast w innych przypadkach, występujących w zastosowaniach praktycznych jest możliwe przybliżenie wartości określonych przez (32) wartościami innej funkcji, co zostanie szczegółowo wyjaśnione niżej.

# 5.1. Widmo sygnału $s_N$ w przypadku $R_s(k\tau) = (-1)^k (N-k)/N$

Jak podkreślano w pkt. 4, zbiór  $R_{s_n}(k\tau) = (-1)^k (N-k)/N, k \in \{1, 2, ..., N-1\}$ , odpowiada tzw. sygnałom 1:1 charakteryzującym się największą szerokością widma energetycznego ze wszystkich przypadkowych sygnałów binarnych. Dla tego typu sygnałów wartości funkcji  $g_n$  są określone zależnością

$$g_{s_N}(f) = 1 + 2 \sum_{k=1}^{N-1} (-1)^k \frac{N-k}{N} \cos(2\pi f k \tau) =$$
  
=  $1 + 2 \sum_{k=1}^{N-1} (-1)^k \cos(2\pi f k \tau) - \frac{2}{N} \sum_{k=1}^{N-1} (-1)^k k \cos(2\pi f k \tau).$ 

Korzystając, że [9 str. 44]

-

$$\sum_{k=1}^{N-1} (-1)^k \cos(2\pi f k\tau) = -\frac{1}{2} + \frac{(-1)^{N-1} \cos\left[(2N-1)\pi f\tau\right]}{2\cos(\pi f \tau)},$$
$$\sum_{k=1}^{N-1} k (-1)^k \cos(2\pi f k\tau) = \frac{d}{d(2\pi f \tau)} \sum_{k=1}^{N-1} (-1)^k \sin(2\pi f k \tau) = \frac{-1}{4\cos^2(\pi f \tau)} \left\{ 1 - N (-1)^{N-1} \cos\left[2(N-1)\pi f \tau\right] + (N-1)(-1)^{N-1} \cos\left(2N\pi f \tau\right) \right\},$$

otrzymujemy po elementarnych przekształceniach

$$g_{s_N}(f) = 1 + 2\sum_{k=1}^{N-1} (-1)^k \left(1 - \frac{k}{N}\right) \cos\left(2\pi f k \tau\right) =$$
  
=  $\frac{1 + (-1)^{N-1} \cos\left(2\pi N f \tau\right)}{2N \cos^2(\pi f \tau)}$ . (33)

Wobec powyższego dla rozpatrywanego sygnału 1:1 otrzymujemy zgodnie z (7)

$$M_{s_N}(f) = \tau A^2 \frac{\sin^2(\pi f \tau)}{(\pi f \tau)^2} \cdot \frac{1 + (-1)^{N-1} \cos(N2\pi f \tau)}{2N \cos^2(\pi f \tau)} =$$
  
=  $N \tau A^2 t g^2(\pi f \tau) \cdot \frac{1 + (-1)^{N-1} \cos(2N\pi f \tau)}{2(N\pi f \tau)^2}$ .

Wprowadzając zredukowaną częstotliwość  $x = f\tau$  oraz uwzględniając, że

$$(-1)^{N-1} = \sin\left[(2N-1)\frac{\pi}{2}\right]$$



Rys. 12. Zredukowane widmo energetyczne sygnałów typu 1:1

otrzymujemy

$$M_{s_{\chi}}\left(\frac{x}{\tau}\right) = N\tau A^{2} \mathrm{tg}^{2}(\pi x) \cdot \frac{1 + \sin\left[\left(2N-1\right)\frac{\pi}{2}\right]\cos\left(2N\pi x\right)}{2\left(N\pi x\right)^{2}}$$

Zredukowane widmo energetyczne sygnałów typu 1:1 przybiera więc postać

$$\frac{M_{s_N}\left(\frac{x}{\tau}\right)}{N\tau A^2} = tg^2(\pi x) \cdot \frac{1 + \sin\left[(2N-1)\frac{\pi}{2}\right]\cos(2N\pi x)}{2(N\pi x)^2}$$
(34)

Taka forma zależności określającej zredukowane widmo energetyczne jest dogodna do obliczeń numerycznych, np. na kalkulatorze programowanym. Na podstawie równości (34) obliczono wartości zredukowanego widma energetycznego dla N = 2, 5, 10 i przedstawiono je na rys. 12.

# 5.2. Widmo sygnału $s_N$ w przypadku $R_{s_M}(k\tau) = (N-k)/N$

Sygnał binarny  $s_N$ , scharakteryzowany zbiorem wartości  $R_{s_N}(k\tau) = (N-k)/N$ ,  $k \in \{1, 2, ..., N-1\}$  ma najmniejszą ze wszystkich przypadkowych sygnałów binarnych szerokość widma energetycznego, o czym wspomniano już w pkt. 4. W rozpatrywanym przypadku wartości funkcji  $g_{s_N}$  są określone zależnością

$$g_{s_N}(f) = 1 + 2 \sum_{k=1}^{N-1} \frac{N-k}{N} \cos(2\pi f k \tau) =$$
  
= 1 + 2  $\sum_{k=1}^{N-1} \cos(2\pi f k \tau) - \frac{2}{N} \sum_{k=1}^{N-1} k \cos(2\pi f k \tau).$ 

Ponieważ [9 str. 44]

$$\sum_{k=1}^{N-1} \cos(2\pi f k\tau) = \frac{\cos(N\pi f\tau) \sin[(N-1)\pi f\tau]}{\sin(\pi f\tau)} ,$$
$$\sum_{k=1}^{N-1} k \cos(2\pi f k\tau) = \frac{N \sin[(2N-1)\pi f\tau]}{2 \sin(\pi f\tau)} - \frac{1 - \cos(2N\pi f\tau)}{4 \sin^2(\pi f\tau)}$$

to po elementarnych przekształceniach otrzymujemy

$$g_{s_N}(f) = 1 + 2\sum_{k=1}^{N-1} \left(1 - \frac{k}{N}\right) \cos(2\pi f k \tau) = \frac{\sin^2(N\pi f \tau)}{N \sin^2(\pi f \tau)}.$$

Uwzględniając powyższy wynik w (7) mamy w przypadku rozważanych sygnałów s<sub>w</sub>

$$M_{s_{s}}(f) = \tau A^{2} \frac{\sin^{2}(\pi f \tau)}{(\pi f \tau)^{2}} \cdot \frac{\sin^{2}(N \pi f \tau)}{N \sin^{2}(\pi f \tau)} = N \tau A^{2} \frac{\sin^{2}(N \pi f \tau)}{(N \pi f \tau)}$$



Rys. 13. Wartości zredukowanych widm energetycznych określonych równością (35)

Wprowadzając, tak jak w punkcie 5.1, zredukowaną częstotliwość x = ft otrzymujemy następujące wyrażenie określające wartości zredukowanego widma energetycznego

$$\frac{M_{s_{s}}\left(\frac{x}{\tau}\right)}{N\tau A^{2}} = \frac{\sin^{2}(N\pi x)}{(N\pi x)^{2}}.$$
(35)

Wynik ten staje się oczywisty, jeżeli uprzytomnimy sobie, że  $R_{s_N}(k\tau) = (N-k)/N$ ,  $k \in \{1, 2, ..., N-1\}$  oznacza iż realizacje sygnału  $s_N$  są ciągami N impulsów o szerokości  $\tau$  i o identycznych wartościach A albo -A.

Dla porównania z wartościami innych zredukowanych widm energetycznych przedstawiono na rys. 13 wartości określone równością (35), dla N = 1, 2, 10.

# 5.3. Widmo sygnału $s_N$ w przypadku $|R_{s_N}(k\tau)| < (N-k)/N$

Sygnały przypadkowe, których widmo energetyczne omówiono w punktach 5.1 i 5.2 charakteryzują się tym, że odpowiadające im zredukowane funkcje autokorelacji przybierają co najmniej w punktach  $y = k\tau$ ,  $k \in \{1, 2, ..., N-1\}$ , wartości z brzegu obszaru dopuszczalnych wartości funkcji  $R_{s_N}$  przedstawionego na rys. 6, a odpowiadające tym sygnałom widma energetyczne cechują ekstremalne wartości szerokości. Oprócz omówionych wyżej sygnałów  $s_N$  istnieje szereg przypadkowych sygnałów binarnych spełniających warunek  $|R_{s_N}(k\tau)| = (N-k)/N$ , lecz nie interesujących z punktu widzenia zastosowań praktycznych. Z obserwacji eksperymentalnych oraz z, prowadzonych badań symulacyjnych wynika [2], że spotykanym w praktyce przypadkowym sygnałom binarnym  $s_N$  odpowiadają funkcje  $R_{s_N}$ , przybierające wartości z otwartego obszaru z rys. 6, a więc takie, że dla  $k \in \{1, 2, ..., N-1\}$  jest spełniony warunek  $|R_{s_N}(k\tau)| < (N-k)/N$ . Ponadto, obserwuje się szybkie zanikanie ze wzrostem k wartości  $|R_{s_N}(k\tau)|$ . Biorąc więc rzecz praktycznie o właściwościach funkcji  $g_{s_N}$  określonej równością (32), a w tym i o szerokości, widma energetycznego [4] decyduje jedynie kilka pierwszych wartości z ciągu  $R_{s_N}(\tau)$ ,  $R_{sN}(2\tau)$ ,  $R_{sN}(3\tau)$ , ... itd. W takich przypadkach można przyjąć

$$g_{s_N}(f) \cong 1+2 \sum_{k=1}^{N_0} R_{s_N}(k\tau) \cos(2\pi f k \tau),$$
 (36)

przy czym  $N_0 < N-1$  i  $N_0$  jest tak wybrane, że

$$\bigwedge_{f} \left(1+2\sum_{k=1}^{\infty} R_{s_N}(k\tau)\cos\left(2\pi fk\tau\right)\right) \ge 0.$$

Niezależnie więc od wartości N otrzymujemy zgodnie z równością (7)

$$M_{s_N}(f) \cong \tau A^2 \left. \frac{\sin^2(\pi f \tau)}{(\pi f \tau)^2} \left| 1 + 2 \sum_{k=1}^{N_0} R_{s_N}(k\tau) \cos\left(2\pi k f \tau\right) \right| \,.$$

Wprowadzając zredukowaną częstotliwość  $x = f\tau$  i redukując wartości widma w stosunku do  $A^2\tau$  mamy

$$\frac{M_{s_N}\left(\frac{x}{\tau}\right)}{A^2\tau} \simeq \frac{\sin^2(\pi x)}{(\pi x)^2} \left\{ 1 + 2\sum_{k=1}^{N_0} R_{s_N}(k\tau) \cos\left(2\pi kx\right) \right\}$$
(37)

Rys. 14. Wartości zredukowanych widm energetycznych określonych równością (37)

						Tablica
Oznaczenie kombinacji	$R_{i_y}(z)$	$R_{s_N}(2\tau)$	$R_{s_N}(3\tau)$	$R_{s_N}(4\tau)$	$R_{s_N}(5\tau)$	$R_{s_N}(6\tau)$
K 1 K 2 K 3 K 4	-0,300 0,300 -0,500 -0,700	0,300 - 0,300 0,200 0,250	-0,150 -0,150 -0,100 -0,050	0,100 0,100 0,010 0,010	-0,010 -0,010 -0,005 -0,005	0,001 0,001 0,001 0,001

Modele matematyczne sygnalów izochronicznych ...

41

1.11.



Rys. 15. Wartości zredukowanych funkcji autokorelacji

Wybierając przykładowo  $N_0 = 6$  przedstawiono na rys. 14 wartości zredukowanego widma energetycznego określone równością (37) dla czterech kombinacji wartości  $R_{s_u}(k\tau), k \in \{1, 2, ..., 6\}$ , podanych w tablicy 1.

Z kolei na rys. 15 przedstawiono wartości zredukowanych funkcji autokorelacji  $R_{s_{u}}$ , odpowiadających kombinacjom K1 do K4.

Widma energetyczne można symulować w stosunkowo prosty sposób dla wąskiej klasy wartości  $R_{s_u}(k\tau)$ , a mianowicie dla takich wartości, że dla  $k \in \{1, 2, ..., N-1\}$ 

$$R_{s_N}(k\tau) \cong p^k = R_{s_N}^k(\tau) , \qquad (38)$$

gdzie oczywiście |p| < 1 i wartość p jest dobrana tak, że

$$|p|^k < \frac{N-k}{N}.$$

W takim przypadku mamy [9 str. 45]

$$1 + 2\sum_{k=1}^{N-1} p^{k} \cos(2\pi f k\tau) =$$

$$= \frac{1 - p^{2} - 2p^{N} \{\cos(2N\pi f \tau) - p \cos[2(N-1)\pi f \tau]\}}{1 - 2p \cos(2\pi f \tau) + p^{2}}$$

i wówczas zgodnie z równością (7)

$$M_{s_N}(f) \simeq \tau A^2 \frac{\sin^2(\pi f \tau)}{(\pi f \tau)^2} \cdot \frac{1 - p^2 - 2p^N \left\{ \cos \left( 2N\pi f \tau \right) - p \cos \left[ 2 \left( N - 1 \right) \pi f \tau \right] \right\}}{1 - 2p \cos \left( 2\pi f \tau \right) + p^2}$$

Redukując wartości widma do wartości  $A^2\tau$  i wprowadzając zredukowaną częstotliwość  $x = f\tau$  otrzymujemy

$$\frac{M_{xx}\left(\frac{x}{\tau}\right)}{A^{2}\tau} \cong \frac{\sin^{2}(\pi x)}{(\pi x)^{2}} \cdot \frac{1 - p^{2} - 2p^{N} \left\{\cos\left(2N\pi x\right) - p\cos\left[2\left(N-1\right)\pi x\right]\right\}}{1 - 2p\cos\left(2\pi x\right) + p^{2}}$$
(39)

Na podstawie równości (39) przedstawiono na rys. 16 i 17 wartości zredukowanych widm energetycznych dla kilku wartości N i p.



Rys. 16. Wartości zredukowanych widm energetycznych określonych równością (39)



Rys. 17. Wartości zredukowanych widm energetycznych określonych równością (39)

Zależności przedstawione na rys. 16 ilustrują bardzo istotny wpływ wartości p na charakter widma energetycznego, dla ustalonej i dostatecznie dużej wartości N. Z kolei na rys. 17 pokazano, że dla ustalonej wartości p powiększanie wartości N powyżej pewnej wartości  $N_0$  nie wpływa w istotny sposób na wartości widma. Innymi słowy, jeżeli oznaczymy

$$1+2\sum_{k=1}^{\infty} p^k \cos\left(2\pi f k \tau\right) = b\left(f\right)$$

$$1 + 2\sum_{k=1}^{N-1} p^k \cos(2\pi f k \tau) = b_N(f)$$

oraz uwzględnimy, że zachodzi równość [9 str. 54]

$$b(f) = \frac{1-p^2}{1-2p\cos(2\pi f\tau)+p^2}$$

to

i

$$\left| \frac{b(f) - b_N(f)}{b(f)} \right| = 2 |p|^N \frac{|\cos(2N\pi f\tau) - p\cos[2(N-1)\pi f\tau]|}{1 - p^2} \le 2 |p|^N \frac{|\cos(2N\pi f\tau)| + |p||\cos[2(N-1)\pi f\tau]|}{1 - p^2} \le 2 |p|^N \frac{1 + |p|}{1 - p^2} = \frac{2 |p|^N}{1 - |p|}.$$

Prace ·IŁ

Z otrzymanego wyżej oszacowania wynika, że błąd względny przybliżenia funkcji  $b_N$  przez funkcję b nie przekracza  $2 |p|^N/(1-|p|)$ . Dla ustalonego p istnieje więc takie  $N_0$ , że dla  $N > N_0$  błąd przybliżenia jest praktycznie pomijalny. W ten sposób formalnie dowodzimy słuszności wniosku, jaki sugerowały zależności przedstawione na rys. 17, dla p = -0.5.

W niniejszym punkcie podano wzory do wyznaczania wartości zredukowanych widm energetycznych w przypadkach ekstremalnych szerokości widm (równości (34) i (35)) oraz wzór przybliżony (37) istotny w zastosowaniach praktycznych. Zwrócono również uwagę, że w pewnych szczególnych przypadkach można korzystać z przybliżenia (38) i wynikającej z niego równości (39). Wzory przybliżone (37) i (39) pozwalają na stosunkowo prostą symulację widma i oszacowanie jego właściwości. Podstawą do dokładnej analizy widma jest oczywiście równość (7).

### 6. WNIOSKI

Uwzględniając wszystkie (poza skończonym czasem narastania) właściwości sygnału elektrycznego obserwowanego w obwodzie "dane nadawane" synchronicznego terminala danych, przedstawiono w niniejszej pracy matematyczny model takiego sygnału oraz wynikające z przyjętego modelu sygnału modele widm energetycznych i odpowiadających im funkcji autokorelacyjnych. Jako modele widm energetycznych wybrano odpowiednio unormowane wartości oczekiwane kwadratów modułów przekształcenia Fouriera sygnału, otrzymując w ten sposób albo widmo gęstości energii, albo widmo gęstości mocy rozpatrywanego sygnału. Tak zdefiniowane widma energetyczne zależą tylko i wyłącznie od właściwości rozpatrywanych sygnałów w przeciwieństwie np. do widm energetycznych definiowanych w pracy [12] zależnych zarówno od właściwości rozpatrywanego sygnału jak też i właściwości stosowanego analizatora widma.

Opisując statystyczne właściwości rozpatrywanych sygnałów [3] nie czyniono żadnych ograniczeń odnośnie możliwych rozkładów prawdopodobieństw opisujących analizowany proces stochastyczny oraz wykazano, że wartości widm energetycznych można wyrazić przez odpowiednie wartości funkcji autokorelacyjnych, eliminując w ten sposób formalnie występujące wartości prawdopodobieństw. Tego typu podejście ma istotne zalety praktyczne, gdyż nie rezygnując ze ścisłości matematycznego opisu rozpatrywanych procesów przypadkowych, wyraża się wartości widm energetycznych i funkcji autokorelacji w dowolnych punktach, przez skończoną liczbę mierzalnych wartości funkcji autokorelacji. Mierzalność wartości funkcji autokorelacyjnych, czy też zredukowanej funkcji autokorelacji dla wartości argumentu będących całkowitymi wielokrotnościami czasu trwania elementu sygnału izochronicznego umożliwia: po pierwsze – stosunkowo proste scharakteryzowanie statystycznych właściwości sygnału, po drugie – odtworzenie w bardzo prosty sposób wykresów funkcji autokorelacji, po trzecie – odtworzenie w stosunkowo prosty sposób wartości widma energetycznego i po czwarte – wyznaczenie wartości częstotliwościowej dystrybuanty energetycznej dogodnej dla w miarę obiektywnego określenia szerokości widma energetycznego. Mierzalność scharakteryzowanych wyżej wartości funkcji autokorelacji jest zagwarantowana istnieniem szeregu typów korelatorów elektronicznych umożliwiających przeprowadzanie pomiaru z względnie dużą dla celów zastosowań praktycznych dokładnością.

Dla uzasadnienia scharakteryzowanego wyżej opisu izochronicznych sygnałów binarnych dużo miejsca poświęcono właściwościom zredukowanej funkcji autokorelacji, starając się udowodnić je w sposób ścisły, lecz jednocześnie przystępny. Z drugiej strony zwrócono uwagę na istotne w zastosowaniach praktycznych zagadnienie oceny szerokości widma energetycznego i symulację tegoż widma na podstawie znanych (praktycznie rzecz biorąc zmierzonych) wartości funkcji autokorelacji, dla wartości zmiennej będących całkowitymi wielokrotnościami czasu trwania elementu sygnału izochronicznego.

Przedstawione w niniejszej pracy podejście umożliwia pełną ocenę właściwości sygnałów binarnych generowanych przez terminale danych, a jest to pożądane nie tylko ze względów poznawczych, lecz również dla projektowania optymalnych operacji przekształcania tych sygnałów, niezbędnych dla transmisji w kanałach telekomunikacyjnych [6, 7].

### WYKAZ LITERATURY

- 1. Baran Z.: Problemy transmisji danych. Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa 1978.
- 2. Bendut J. S., Piersol A. G.: Metody analizy i pomiaru sygnałów losowych. Państwowe Wydawnictwa Naukowe, Warszawa 1976.
- 3. Dymowski S.: O pewnym przedstawieniu i właściwościach widma gęstości energii i funkcji autokorelacji przypadkowego sygnału dyskretnego. Arch. Elektr. 1980, t. XXIX, z. 2.
- 4. Dymowski S.: Częstotliwościowa dystrybuanta energetyczna przypadkowego sygnału dyskretnego. Arch. Elektr. 1981, t. XXX, z. 4.
- 5. *Dymowski S*.: Monofunkcyjne przekształcenia transmisyjne pierwszego rzędu przypadkowych sygnałów binarnych. Arch. Elektr. 1981, t. XXX, z. 2.
- 6. Dymowski S.: Przekształcenia transmisyjne pierwszego rzędu przypadkowych sygnałów dyskretnych. Arch. Elektr. 1981, t. XXX, z. 1.
- 7. Dymowski S.: Przekształcenia transmisyjne p-tego rzędu przypadkowych sygnałów dyskretnych. Arch. Elektr. 1981, t. XXX, z. 2.
- 8. Franks L. E.: Signal theory. Prentice Hall, 1967.
- 9. Gradstein I. S., Ryżik I. M.: Tablicy integralov, sum, riadov i proizviedienij. Moskva 1963.
- 10. Lee Y. W.: Statistical theory of communication. J. Wiley, 1960.
- 11. Lucky R. W., Salz J., Welden E. J.: Principles of date communication. Mc Graw Hill, 1968.
- 12. Niewiadomski T.: Modele eksperymentalnej analizy widmowej sygnału w czasie rzeczywistym. Instytut Telekomunikacji Politechniki Warszawskiej, Referaty, z. 70, 1979.
- 13. Ostrowski P., Dąbrowski M.: Systemy i sieci teleinformatyczne. Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa 1979.

46	Stanislaw Dymowski	Prace 1Ł
A Duran Line		 

- 14. Praca zbiorowa. Księga zielona CCITT, t. VII: Transmisja danych. Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa 1976.
- 15. Rydel M.: Analiza sygnałów kodowych. Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej, Elektronika, z. 39, 1979.
- 16. Wilhelm C.: Daten ubertragung. Militarverlag der DDR, 1976.

### Станислав Дымовски

### МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ИЗОХРОННЫХ СИГНАЛОВ СОЗДАВАЕМЫХ В ОКОНЕЧНЫХ УСТРОИСТВАХ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ

#### Резюме

В статье представлено математическую модель электрических сигналов наблюдаемых в цепи "Передаваемые данные" оконечного синхронного устройства передачи данных и соответствующие этому отображении модели энергетических спектров и функций автокорреляции.

#### Stanislaw Dymowski

# MATHEMATICAL MODELS OF ISOCHRONOUS SIGNALS GENERATED BY DATA TRANSMISSION TERMINALS

#### Summary

In the paper a mathematical model of electric signals, observed in the circuit "Data transmitted" of the synchronous data transmission terminal has been presented and conforming to the adopted model, the models of power spectra and of corresponding autocorrelation functions have been discussed.

### Stanislaw Dymowski

# MODÈLES MATHÉMATIQUES DES SIGNAUX ISOCHRONES FORMÉS PAR LES ÉQUIPEMENTS TERMINAUX DE TRANSMISSION DES DONNÉES

#### Resumé

Dans l'article on presente un modele mathematique des signaux electriques, observés dans le circuit "données transmises" à l'équipement terminal de transmission des données synchrone.

On discute les modèles des spectres énergétiques résultant du modèle du signal accepté ainsi que les fonctions d'autocorrélation respectives. Stanislaw Dymowski

# MATHEMATISCHE MODELLE DER DURCH DIE DATENTERMINALE GENERIERTEN ISOCHRON-SIGNALE

### Zusammenfassung

In der Arbeit wurde mathematisches Modell der in der "Sendedaten" – Schaltung eines Synchron-Datenterminals beobachteten elektrischen Signale dargestellt und aus dem ausgenommenen Signalmodell sich ergebende Modelle der Leistungsspektra, wie auch Modelle der entsprechenden Autokorrelationsfunktionen besprochen.

MARIAN LIGMANOWSKI

681.3.04

# ZAGADNIENIA OPTYMALIZACJI KODOWANIA STANÓW SYNCHRONICZNYCH AUTOMATÓW CYFROWYCH

Rękopis dostarczono do Komitetu Redakcyjnego dn. 28 maja 1982 r.

Podano oryginalną metodę kodowania stanów opartą na minimalizacji funkcji wyrażonej za pomocą zmiennych binarnych. W szczególnym przypadku uzyskuje się kodowanie za pomocą stanów sąsiednich.

# 1. WSTĘP

Jednym z ważnych zagadnień projektowania automatów cyfrowych z pamięcią, zwanych układami sekwencyjnymi, jest kodowanie stanów wewnętrznych, czyli stanów pamięci automatu. Sposób kodowania stanów wpływa istotnie na stopień skomplikowania i liczbę elementów logicznych automatu. Optymalizacja kodowania polega na poszukiwaniu takiego kodu stanów, który ogólnie biorąc zapewnia możliwie prostą realizację układową automatu, z zastosowaniem jak najmniejszej liczby elementów lub osiągnięcie odpowiedniej wartości innych parametrów technicznych.

Kryterium optymalizacji jest formułowane różnie [1, 3]. Jednym z interesujących kierunków w zakresie kodowania stanów jest tworzenie kodów opartych na tzw. stanach sąsiednich, różniących się między sobą wartością tylko jednej pozycji [4]. Przykładami takich kodów są różnego rodzaju kody cykliczne [2]. W odróżnieniu od automatów asynchronicznych, w automatach synchronicznych dopuszcza się przy przejściu ze stanu *i* do stanu *j* zmianę stanu dowolnej liczby elementów pamięciowych, gdyż ewentualne stany pośrednie, wynikające z niejednakowych czasów działania różnych elementów, nie mają wpływu na działanie automatu w całości.

Jeżeli np. stan *i* jest określony liczbą binarną 01001, a stan j - 01010, to w automacie synchronicznym możliwe jest bezpośrednie przejście ze stanu *i* do stanu *j*, niezależnie od tego jak zmienia się stan pamięci, a więc np. 01001  $\rightarrow$  01000  $\rightarrow$  01010 lub 01001  $\rightarrow$  01011  $\rightarrow$  01010, natomiast w automacie asynchronicznym może być wymagane zachowanie ściśle określonej kolejności zmian stanu (jeżeli niektóre stany pośrednie są w działaniu automatu wykorzystane).

W dalszym ciągu do optymalizacji kodowania stanów będzie przyjmowane kryterium określające minimum odległości pomiędzy stanami i, j (i, j = 1, ..., N),

dla których możliwe jest przejście  $i \rightarrow j$  lub  $j \rightarrow i$ . Odległość między stanami *i*, *j* może być interpretowana jako liczba pozycji, w których stany te różnią się od siebie. W podanym przykładzie (*i* - 01001, *j* - 01010) odległość ta wynosi  $d_{ij} = d_{ji} = 2$ , gdyż stany *i*, *j* różnią się na pozycjach czwartej i piątej.

Niech D oznacza sumę odległości  $d_{ij}$  pomiędzy stanami *i*, *j* (*i*, *j* = 1, ..., N), dla których automat realizuje przejście ( $i \rightarrow j$  lub  $j \rightarrow i$  lub oba przejścia  $i \rightarrow j$ ,  $j \rightarrow i$ ).

$$D = \sum_{i=1}^{N} \sum_{\substack{j=1\\j>1}}^{N} d_{ij}$$
(1)

Jeżeli przejście nie występuje lub i = j, to  $d_{ij} = 0$ . Kryterium optymalizacji można zatem zapisać jako  $D = \min$ .

Podane kryterium zapewnia osiągnięcie w szczególności kodowania za pomocą stanów sąsiednich, dla którego wszystkie wartości  $d_{ij}$  są jednakowe i najmniejsze  $(d_{ij} = 1)$ , a zatem D osiąga wartość absolutnie minimalną. W przypadkach gdy takie kodowanie jest niemożliwe (przy danej liczbie n elementów pamięciowych oraz danej liczbie N stanów wewnętrznych), niektóre odległości  $d_{ij}$  będą większe od 1. jednak zgodnie z podanym kryterium liczba takich przypadków jak i wartości  $d_{ij}$  powinny być jak najmniejsze.

Dla przykładu nie można zmniejszyć odległości stanów do 1, jeżeli występują przejścia  $i \rightarrow j, j \rightarrow k, i \rightarrow k$ . Jeżeli  $d_{ij} = d_{jk} = 1$  to  $d_{ik} = 2$  lub  $d_{ij} = 2$  przy  $d_{jk} = d_{ik} = 1$  lub  $d_{jk} = 2$  przy  $d_{ij} = d_{ik} = 1$ .

Automat cyfrowy może być zadany za pomocą tablic przejść i wyjść. Każda z tych tablic zawiera liczbę wierszy równą liczbie stanów wewnętrznych N oraz liczbę kolumn równą liczbie stanów wejściowych W.

Stany wewnętrzne zostały oznaczone liczbami 1, 2, ..., N. Stany wejść oznaczono symbolami  $X_1, X_2, ..., X_w$ , natomiast stany wyjść:  $Y_1, Y_2, ..., Y_Q$ . Elementami tablicy przejść (tabl. 1) są stany pamięci w następnym takcie, a więc w określony





sposób przyporządkowane liczby 1, 2, ..., N. Elementami tablicy wyjść (tabl. 2) są w pewien sposób przyporządkowane stany wyjść  $Y_1, Y_2, ..., Y_Q$ .

W dalszej części pracy będzie rozpatrywane jedynie kodowanie stanów wewnętrznych automatu. Stany wyjść w praktycznych zastosowaniach są często zakodowane na podstawie warunków zewnętrznych.

### Przykład 1

Dana jest tablica przejść synchronicznego automatu sekwencyjnego (tabl. 3). Z tablicy 3 wynika, że automat realizuje przejścia między stanami uwidocznione w tablicy 4. Tablica ta zawiera wszystkie przejścia między dwoma dowolnymi stanami, niezależnie od kierunku przejśč. Jeżeli więc możliwe jest przejście  $j \rightarrow i$ , ale brak przejścia  $i \rightarrow j$ , w tablicy 4 wykazano przejścia  $i \rightarrow j$  oraz  $j \rightarrow i$  ze względu na to, że przy kodowaniu stanów należy uwzględnić odległość  $d_{ij} = d_{ij}$ .

	Tablica 5								
	X1	$X_2$	K <sub>3</sub> X	4					
1	1	6	8	9					
2	8	9	3	4					
3	10	4	6	6					
4	7	7	2	3					
5	- 5	3	4	2					
6	1	5	1	7					
7	8	2	5	9					
8	8	10	6	10					
9	9	3	10	1					
0	1	4	2	4					
	-								

4+

Tablias 2

6	6									Tab	lica 4
2	3	1-6	2-3	3–2	4-2	5-2	6–1	7–2	8-1	9-1	10-1
4	2	1-8	2–4	3-4	4-3	5-3	6-3	7–4	8-2	9–2	10-2
1	7	1–9	2-5	3-5	45	5-4	6-5	7-5	8-6	9-3	10-3
5	9	1-10	2–7	3-6	4-7	5-6	6-7	7–6	8-7	9–7	10-4
6	10		2-8	3–9	4-10	5–7	6-8	7–8	8-10	9-10	10-8
10	1		2–9	3-10				7–9			10-9
2	4		2–10	-						3	

Dla rozpatrywanego automatu wzór (1) można zapisać w postaci:

 $D = d_{16} + d_{18} + d_{19} + d_{1,10} + d_{23} + d_{24} + d_{25} + d_{27} + d_{28} + d_{29} + d_{2,10} + d_{34} + d_{35} + d_{36} + d_{39} + d_{3,10} + d_{45} + d_{47} + d_{4,10} + d_{56} + d_{57} + d_{67} + d_{68} + d_{78} + d_{79} + d_{8,10} + d_{9,10}$ (2)

Tablica 4 może być przedstawiona za pomocą grafu o liczbie wierzchołków równej liczbie stanów (10) – rys. 1. Stany, między którymi istnieje przejście są połączone gałęziami grafu.

W teorii kodowania stanów często jest stosowany rachunek podziałów (1, 3). Zasadnicze elementy tego rachunku, które będą wykorzystywane w dalszej części artykułu zostaną omówione na przykładzie. Najpierw należy określić pojęcie kodowanej tablicy stanów. Jest to tablica, której liczba wierszy jest równa liczbie Nstanów automatu, a liczba kolumn – liczbie n elementów pamięciowych, przy czym oczywiście zawsze jest spełniony warunek  $2^n \ge N$ . Elementami tablicy są stany poszczególnych elementów pamięciowych. Automat dany tablicą 3 zawiera N = 10stanów wewnętrznych. Do ich zakodowania potrzeba co najmniej n = 4 elementów pamięciowych. Kodowana tablica stanów może mieć np. postać tablicy 5 (jest to raczej kod nieoptymalny). Poszczególny wiersz tablicy 5 określa stan pamięci automatu przyporządkowany liczbie i (i = 1, ..., N). Np. wiersz czwarty określający stan 4 automatu zawiera liczbę binarną 0100, która określa stan pierwszego elementu pamięci 0, stan drugiego -1, stan trzeciego -0 i stan czwartego elementu pamięci -0.



Rys. 1. Graf stanów

			Tab	lica 5
	1	2	3	4
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	0	1	1	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	1
10	1	0	1	0

Każda kolumna kodowanej tablicy stanów określa podział zbioru stanów 1, 2, ..., 10 na dwa podzbiory, którym przyporządkowano odpowiednio liczby binarne 0 i 1. Np. kolumna trzecia tablicy 5 określa podzbiór stanów 1, 4, 5, 8, 9, którym przyporządkowano liczbę 0 oraz drugi podzbiór stanów 2, 3, 6, 7, 10, którym przyporządkowano liczbę 1. Można to zapisać w sposób umowny jako  $p_3 = (2, 3, 6, 7, 10 - 1, 4, 5, 8, 9)$ . Pozostałe podziały są następujące:  $p_1 = (8, 9, 10 - 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)$ ,  $p_2 = (4, 5, 6, 7 - 1, 2, 3, 8, 9, 10)$ ,  $p_4 = (1, 3, 5, 7, 9 - 2, 4, 6, 8, 10)$ .

Iloczyn podziałów określa się jako podział, który zawiera podzbiory będące iloczynami podzbiorów poszczególnych podziałów. Tak więc

$$p_{12} = p_1 p_2 = (8, 9, 10-4, 5, 6, 7-1, 2, 3)$$
  

$$p_{123} = p_1 p_2 p_3 = (10-8, 9-6, 7-4, 5-2, 3-1)$$
  

$$p_{1234} = p_1 p_2 p_3 p_4 = (10-9-8-7-6-5-4-3-2-1)$$

Zastosowane do kodowania podziały zbioru stanów nie mogą zawierać podzbiorów o liczbie elementów większej niż  $2^{n-1}$ , iloczyn dwóch podziałów nie może zawierać podzbiorów o liczbie elementów większej niż  $2^{n-2}$ , iloczyn *j* podziałów nie może



Rys. 2. Przekrój grafu stanów

zawierać podzbiorów o liczbie elementów większej niż  $2^{n-j}$ , wreszcie iloczyn wszystkich *n* podziałów powinien zawierać jedynie podzbiory jednoelementowe. Jeżeli warunki te nie będą spełnione, wówczas niektóre stany będą zakodowane za pomocą tych samych liczb binarnych.

Każdy podział zbioru stanów określa przekrój grafu stanów na dwa podgrafy rozłączne. Zgodnie z kryterium  $D = \min$ ., przekroje te należy wybierać w ten sposób, aby liczba przerwanych gałęzi grafu była minimalna (otrzymuje się wówczas przekrój minimalny grafu). Na rys. 2 przedstawiono podgrafy grafu stanów otrzymane przez zastosowanie podziału  $p_1$ . Przedstawiona tu metoda optymalizacji kodowania stanów ma więc zakres szerszy, może służyć do wyznaczenia minimalnego przekroju grafu.

# 2. ALGORYTM KODOWANIA KOLUMN TABLICY STANÓW

Jednym z możliwych kierunków uzyskania kodowanej tablicy stanów jest kolejny wybór kolumn tej tablicy. Wybór ten będzie przeprowadzany na podstawie rachunku podziałów przy zapewnieniu minimalizacji wielkości *D*. Dla jednej kolumny tablicy stanów wzór (1) można przedstawić w postaci

$$d = \sum_{i=1}^{N} x_i \sum_{s=1}^{N} \bar{x}_{is}$$
(3)

 $x_i = 0$  lub 1 w zależności od tego jaką liczbę przyporządkowano stanowi *i* (w rozpatrywanej kolumnie tablicy stanów);  $x_{is} = x_s$ , jeżeli między stanami *i*, *s* istnieje przejście oraz  $x_{is} = 1$ , jeżeli przejście nie występuje lub i = s. Niech wielkość *d* dla *j*-tej kolumny tablicy stanów będzie oznaczona przez  $d_j$ , wówczas optymalizacja kodowania polega na minimalizacji funkcji

$$D = \sum_{j=1}^{n} d_j \tag{4}$$

Wzór (3) można łatwo napisać na podstawie tablicy 4, która zawiera wszystkie przejścia między stanami. W przykładzie 1 otrzymuje się

$$d = x_{1}(x_{6} + \bar{x}_{8} + \bar{x}_{9} + \bar{x}_{10}) + x_{2}(x_{3} + \bar{x}_{4} + \bar{x}_{5} + \bar{x}_{7} + \bar{x}_{8} + \bar{x}_{9} + \bar{x}_{10}) + + x_{3}(\bar{x}_{2} + \bar{x}_{4} + \bar{x}_{5} + \bar{x}_{6} + \bar{x}_{9} + \bar{x}_{10}) + x_{4}(\bar{x}_{2} + \bar{x}_{3} + \bar{x}_{5} + \bar{x}_{7} + \bar{x}_{10}) + + x_{5}(\bar{x}_{2} + \bar{x}_{3} + \bar{x}_{4} + \bar{x}_{6} + \bar{x}_{7}) + x_{6}(\bar{x}_{1} + \bar{x}_{3} + \bar{x}_{5} + \bar{x}_{7} + \bar{x}_{8}) + + x_{7}(\bar{x}_{2} + \bar{x}_{4} + \bar{x}_{5} + \bar{x}_{6} + \bar{x}_{8} + \bar{x}_{9}) + x_{8}(\bar{x}_{1} + \bar{x}_{2} + \bar{x}_{6} + \bar{x}_{7} + \bar{x}_{10}) + + x_{9}(\bar{x}_{1} + \bar{x}_{2} + \bar{x}_{3} + \bar{x}_{7} + \bar{x}_{10}) + x_{10}(\bar{x}_{1} + \bar{x}_{2} + \bar{x}_{3} + \bar{x}_{4} + \bar{x}_{8} + \bar{x}_{9})$$
(5)

Otrzymany wzór różni się od wzoru (2) tym, że odległość  $d_{ij}$  między stanami *i*, *j* występuje w nim dwukrotnie, np. dla stanów i = 1 oraz j = 6 odległość jest wyrażona jako  $d_{ij}+d_{ji}=x_1 x_6+x_6 x_1$ . Jeżeli oba stany *i*, *j* są kodowane tą samą liczbą binarną 0 lub 1, to  $d_{ij} = d_{ji} = 0$ . W innych przypadkach może być tylko albo  $x_1 = 1$ ,  $x_6 = 0$  albo  $x_1 = 0$ ,  $x_6 = 1$  i wówczas tylko jeden składnik sumy równy jest 1, a więc  $d_{ii}+d_{ii} = 1$ .

Wielkości  $x_i$ , i = 1, ..., N, można traktować jako niewiadome binarne, które określają podział p zbioru stanów, przy czym pierwszy podzbiór tego podziału określają indeksy *i*, dla których  $x_i = 1$ , a drugi podzbiór – indeksy *i* takie, że  $x_i = 0$ . Przy n = 4 każdy z podzbiorów nie może zawierać więcej niż  $2^3 = 8$  elementów. Wynika stąd również, że żaden z podzbiorów nie może mieć mniej niż 10-8=2elementy.

Wyznaczając podział  $p_1$  należy więc minimalizację funkcji d określonej wzorem (5) przeprowadzać przy warunku ograniczającym

$$2 \leqslant x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} \leqslant 8 \tag{6}$$

= 0,5N lub  $k_{\text{max}} = 0,5 (N+1)$ , w przypadku gdy N jest liczbą nieparzystą.

- Algorytm kodowania stanów jest następujący:
- 1.  $k = k_{\min}$ .
- 2. Wyznaczenie podziału  $p_1$  na podstawie minimalizacji funkcji d.
- 3. Wyznaczenie pozostałych podziałów, analogicznie jak  $p_1$  przy odpowiedniej modyfikacji warunków ograniczających (6).
- 4. Obliczenie wartości D.
- 5. Zwiększenie wartości k o 1.
- 6. Jeżeli  $k < k_{\text{max}}$ , przejście do p. 2.
- 7. Wybór rozwiązania z warunku  $D = \min$ .

# 3. METODA MINIMALIZACJI FUNKCJI OKREŚLAJĄCEJ ODLEGŁOŚĆ STANÓW

Zasadniczą częścią składową algorytmu jest minimalizacja funkcji d. Proces minimalizacji można przeprowadzić następująco. Najpierw wyrażenia występujące we wzorze (5) zastępuje się zbiorami liczb zestawionymi w tablicy 6. Jeden wiersz

Tablica 6

	k = 1
-	1 (6 8 9 10)
	4 (5, 3, 7, 10, 2)
	5 (4, 6, 3, 7, 2)
	6(1, 5, 8, 3, 7) 8(1, 6, 7, 10, 7)
	9 (1, 3, 7, 10, 2)
	3 (4, 5, 6, 9, 10, 2)
	7 (4, 5, 6, 8, 9, 2)
	10 (1, 4, 8, 9, 3, 2)
	2 (4, 5, 8, 9, 3, 7. 10)

tablicy odpowiada jednemu wyrażeniu ze wzoru (5), przy czym poszczególne niewiadome są zastąpione ich indeksami. Wskaźnik k oznacza liczbę elementów zbioru, którym odpowiadają niewiadome  $x_i = 1, i = 1, ..., N$ . W przypadku k = 1 istnieje 10 zbiorów jednoelementowych; zbiór zawierający np. element 6 oznacza, że  $x_6 = 1$ , natomiast  $x_1 = ... = x_5 = x_7 = ... x_{10} = 0$ . Liczba elementów występujących w nawiasie przyporządkowanym liczbie 6 określa bezpośrednio wartość d: w tym przypadku  $d = x_1 + x_5 + x_8 + x_3 + x_7 = 5$ . Poszczególne zbiory są zapisane w tablicy 6 w porządku wzrastającej liczby elementów w nawiasach. Ten sam porządek został również zachowany wewnątrz nawiasów. Następnym krokiem jest wypisanie zbiorów dwuelementowych, najpierw z udziałem elementu, zapisanego w pierwszym wierszu tablicy 6. Zbiory te są zapisane w tablicy 7. Jako drugi element zbioru wybiera się kolejno liczby występujące w nawiasie danego wiersza tablicy 6, w tym przypadku liczby: 6, 8, 9, 10. Pierwszy wiersz tablicy 7

Tablic	a 7		k = 3	d
<i>k</i> = 2	d		1, 6, 8 (9, 10) (5, 3, 7) (7, 10, 2) 1, 6, 5 (8, 9, 10) (8, 3, 7) (4, 3, 7, 2)	8
1, 6 (8, 9, 10) (5, 8, 3, 7) 1, 8 (6, 9, 10) (6, 7, 10, 2)	777		1, 6, 9 (8, 10) (5, 8, 3, 7) (3, 7, 10, 2) 1, 8, 9 (6, 10) (6, 7, 10, 2) (3, 7, 10, 2)	10 10
1, 9 (6, 8, 10) (3, 7, 10, 2) 1, 10 (6, 8, 9) (4, 8, 9, 3, 2)	7 8	1.	1, 8, 10 (6, 9) (6, 7 2) (4, 9, 3, 2) 1, 9, 10 (6, 8) (3, 7, 2) (4, 8, 3, 2).	9 9

zawiera zbiór liczb 1, 6 co oznacza, że wybrano  $x_1 = x_6 = 1$ , a pozostałe  $x_i = 0$ . Zapis ten można otrzymać z tablicy 6 rozpatrując wiersz pierwszy: 1 (6, 8, 9, 10) i czwarty: 6 (1, 5, 8, 3, 7). Nowy zbiór dwuelementowy składa się z liczb 1 i 6, które są zapisane przed nawiasem, natomiast w nawiasach skreślono te liczby: 1, 6 ( $\mathbf{b}$ , 8, 9, 10) ( $\mathbf{I}$ , 5, 8, 3, 7), gdyż jeżeli  $x_6 = 1$  to  $x_6 = 0$  i jeżeli  $x_1 = 1$ ,  $x_1 = 0$ . We wzorze (5) wyrazy  $x_6$ ,  $x_1$  są równe 0, zatem w nawiasach przedstawiających indeksy, związane z tymi wyrazami liczby należy pominąć. Analogicznie otrzymano dane zapisane w następnych wierszach tablicy 7. Liczba *d* jest równa sumie liczb elementów występujących w nawiasach, co wynika bezpośrednio ze wzoru (5).

Zbiory 3-elementowe zapisano w tablicy 8. Otrzymuje się je powiększając poszczególne zbiory z tablicy 7 o jeden dodatkowy element występujący w nawiasach tego samego wiersza. Zbiory dla k = 2 stanowią zatem zbiory wyjściowe do utworzenia zbiorów dla k = 3. Najmniejszą wartość d uzyskuje się wtedy, gdy są spełnione warunki:

- dodatkowemu elementowi odpowiada minimalny zbiór zapisany w nawiasie tablicy 6 (dla pierwszego wiersza tablicy 7 może to być element 5, 8, 9 – liczba elementów zawartych w nawiasie tablicy 6 wynosi wówczas 5):

- zbiór występujący w nawiasie tablicy 6, związany z elementem dodatkowym, zawiera wszystkie elementy zbioru wyjściowego (w danym przypadku 1, 6);

 dodatkowy element występuje we wszystkich nawiasach związanych ze zbiorem wyjściowym (w tym przypadku jest to spełnione dla elementu 8, który występuje w obu nawiasach pierwszego wiersza tablicy 7).

Pierwszy wiersz tablicy 8 otrzymuje się ze zbioru 1, 6 dla k = 2 przez:

- dołączenie jako elementu dodatkowego liczby 8;

- skreślenie w nawiasach związanych ze zbiorem 1, 6 liczby 8;

- dopisanie nowego nawiasu występującego w tablicy 6 dla elementu 8 i skreślenie w nim liczb wchodzących do danego zbioru, to jest liczb 1, 6.

56

Prace IŁ

Tablica 8

Można to przedstawić jako 1, 6, 8 (\$, 9, 10) (5, \$, 3, 7) (1, \$, 7, 10, 2). Zapis ten odpowiada poszukiwaniu minimalnej wartości *d* określonej wzorem (5) metodą kolejnego podstawiania wartości niewiadomych. Jeżeli wybrano  $x_1 = x_6 = x_8 = 1$ , to różne od 0 są trzy wyrażenia występujące w tym wzorze:

$$d = x_1(x_9 + x_{10}) + x_6(x_3 + x_5 + x_7) + x_8(x_2 + x_7 + x_{10})$$

Zmniejszenie wartości d uzyska się wówczas, gdy liczba niewiadomych o wartości 1 będzie mała i równocześnie duża liczba wyrazów  $x_i$  występujących w nawiasach będzie miała wartość 0, ale to oznacza, że wartości niewiadomych  $x_i$  powinny, być równe 1. Znalezienie rozwiązań spełniających te warunki jest celem optymalizacji.

Po utworzeniu zbioru 1, 6, 8 (pierwszy wiersz tablicy 8) rozpatrzono zbiory dla k = 4, utworzone z tego zbioru. Są one zapisane w początkowych czterech wierszach tablicy 9, przy czym  $d_{mip} = 10$ . Biorąc to pod uwagę, w tablicy 8 zapisano dalej jedynie zbiory dla  $d \leq 10$ , a w tablicy 9 – dla  $d \leq 11$ . Jeżeli powinny być wyznaczone zbiory dla k = 5, co zostało tu pominięte, uproszczenie to nie powinno być stosowane.

Tabl	ica 9
------	-------

<i>k</i> = 4	d
1, 6, 8, 5 (9, 10) (3, 7) (7, 10, 2) (4, 3, 7, 2)	11
1, 6, 8, 9 (10) (5, 3, 7) (7, 10, 2) (3, 7, 10, 2)	11
1, 6, 8, 10 (9) (5, 3, 7) (7, 2) (4, 9, 3, 2)	10
1, 6, 8, 7 (9, 10) (5, 3) (10, 2) (4, 5, 9, 2)	10
1, 8, 9, 10 (6) (6, 7, 2) (3, 7, 2) (4, 3, 2)	10
1, 9, 10, 3 (6, 8) (7, 2) (4, 8, 2) (4, 5, 6, 2)	11

Tablica 10

k		d	<i>k</i>		d
2	4 5 (3 7 10 2) (6 3 7 2)	8	2	5 2 (4 6 3 7) (4 8 9 3 7 10)	10
2	4 3 (5, 7, 10, 2) (5, 6, 9, 10, 2)	9	3	5, 6, 8 (4, 3, 7, 2) (1, 3, 7) (1, 7, 10, 2)	11
2	4, 7 (5, 3, 10, 2) (5, 6, 8, 9, 2)	9	3	5, 6, 3 (4, 7, 2) (1, 8, 7) (4, 9, 10, 2)	10
2	4, 10 (5, 3, 7, 2) (1, 8, 9, 3, 2)	9	3	5, 6, 7 (4, 3, 2) (1, 8, 3) (4, 8, 9, 2)	10
2	4, 2 (5, 3, 7, 10) (5, 8, 9, 3, 7, 10)	10	4	5, 6, 8, 7 (4, 3, 2) (1, 3) (1, 10, 2) (4, 9, 2)	11
3	4, 5, 6 (3, 7, 10, 2) (3, 7, 2) (1, 8, 3, 7)	11	2	6, 8 (1, 5, 3, 7) (1, 7, 10, 2)	8
3	4, 5, 3 (7, 10, 2) (6, 7, 2) (6, 9, 10, 2)	10	2	6, 3 (1, 5, 8, 7) (4, 5, 9, 10, 2)	9
3	4, 5, 7 (3, 10, 2) (6, 3, 2) (6, 8, 9, 2)	10	2	6, 7 (1, 5, 8, 3) (4, 5, 8, 9, 2)	9
3	4, 5, 2 (3, 7, 10) (6, 3, 7) (8, 9, 3, 7, 10)	11	3	6, 8, 7 (1, 5, 3) (1, 10, 2) (4, 5, 9, 2)	10
3	4, 3, 10 (5, 7, 2) (5, 6, 9, 2) (1, 8, 9, 2)	11	2	8, 7 (1, 6, 10, 2) (4, 5, 6, 9, 2)	9
4	4, 5, 6, 3 (7, 10, 2) (7, 2) (1, 8, 7) (9, 10, 2)	11	2	8, 10 (1, 6, 7, 2) (1, 4, 9, 3, 2)	9
4	4, 5, 6, 7 (3, 10, 2) (3, 2) (1, 8, 3) (8, 9, 2)	11	2	8, 2 (1, 6, 7, 10) (4, 5, 9, 3, 7, 10)	10
4	4, 5, 3, 2(7, 10)(6, 7)(6, 9, 10)(8, 9, 7, 10)	11	2	9, 3 (1, 7, 10, 2) (4, 5, 6, 10, 2)	9
4	4, 5, 7, 2 (3, 10) (6, 3) (6, 8, 9) (8, 9, 3, 10)	11	2	9, 7 (1, 3, 10, 2) (4, 5, 6, 8, 2)	9
2	5, 6 (4, 3, 7, 2) (1, 8, 3, 7)	8	2	9, 10 (1, 3, 7, 2) (1, 4, 8, 3, 2)	9
2	5, 3 (4, 6, 7, 2) (4, 6, 9, 10, 2)	9	2	9, 2 (1, 3, 7, 10) (4, 5, 8, 3, 7, 10)	10
2	5, 7 (4, 6, 3, 2) (4, 6, 8, 9, 2)	9	3	9, 3, 10 (1, 7, 2) (4, 5, 6, 2) (1, 4, 8, 2)	11

Tablica 10 zawiera pozostałe zbiory o liczbie elementów k = 2, 3, 4 i  $d \le 11$ , otrzymane przy wyborze jako pierwszy element zbioru elementów występujących w wierszach 2-10 tablicy 6.

# 4. WYBÓR PODZIAŁÓW OKREŚLAJĄCYCH KODOWANĄ TABLICĘ STANÓW

Zgodnie z podanym algorytmem podział  $p_1$  powinien być najpierw wybrany dla  $k = k_{\min} = 2$  i d = 7, następnie należy wyznaczyć podziały  $p_2$ ,  $p_3$ ,  $p_4$  i obliczyć wartość D. Z kolei należy ustalić podział  $p_1$  dla k = 3 i d = 8, wybrać pozostałe podziały, obliczyć D itd. aż do k = 5. Sposób wyznaczania podziałów  $p_2$ ,  $p_3$ ,  $p_4$ zostanie omówiony na przykładzie, w którym podział  $p_1$  został już ustalony. Niech np. k = 4 i na podstawie tablicy 9 przyjęto podział  $p_1 = (1, 8, 9, 10 - 2, 3, 4, 5, 6, 7)$  przy  $d_1 = 10$ .

Podział  $p_2$  powinien być tak dobrany, aby iloczyn podziałów  $p_1 p_2$  zawierał podzbiory złożone maksymalnie z czterech elementów, stąd warunek ograniczający wybór podziału  $p_2$  jest następujący

$$2 \leqslant x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 \leqslant 4 \tag{7}$$

Warunek ten oznacza, że dwie, trzy lub cztery niewiadome spośród  $x_2$ ,  $x_3$ ,  $x_4$ ,  $x_5$ ,  $x_6$ ,  $x_7$  mogą być równe 1 i w każdym z tych przypadków maksymalny podzbiór podziału  $p_{12} = p_1 p_2$  nie będzie zawierał więcej niż cztery elementy.

Wartość  $x_1$  można przyjąć dowolnie. Jeżeli  $x_1 = 1$ , to podział  $p_2$  można wybrać z tablic 7, 8 i 9. Z tablic tych wynika, że nie istnieje podział spełniający warunek (7) dla d < 10. Spośród podziałów zawierających zbiory 1, 6, 5 i 1, 6, 8, 7 wybrano

$$p_2 = (1, 6, 8, 7 - 2, 3, 4, 5, 9, 10),$$

któremu odpowiada  $d_2 = 10$  i k = 4. Wówczas

$$p_{12} = p_1 p_2 = (1, 8 - 9, 10 - 6, 7 - 2, 3, 4, 5)$$

Następny podział  $p_3$  powinien zapewnić rozdzielenie podzbioru 2, 3, 4, 5 na dwa podzbiory, każdy o dwóch elementach. Obowiązuje zatem warunek ograniczający

$$x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 2 \tag{8}$$

Żaden z podziałów określonych zbiorami zapisanymi w tablicach 7, 8, 9 nie spełnia warunku (8). Przyjęto więc podział odpowiadający pierwszemu wierszowi tablicy 10, dla  $d_3 = 8 = \min.$ ,

$$p_3 = (4, 5 - 1, 2, 3, 6, 7, 8, 9, 10).$$

Wówczas

$$p_{123} = (1, 8 - 9, 10 - 6, 7 - 2, 3 - 4, 5).$$

Podział  $p_4$  powinien być taki, aby wszystkie podzbiory dwuelementowe zostały rozdzielone na jednoelementowe, a zatem warunki ograniczające na niewiadome  $x_i$ są następujące

$$x_1 + x_8 = 1, \quad x_2 + x_3 = 1, x_9 + x_{10} = 1, \quad 4_4 + x_5 = 1. x_6 + x_7 = 1,$$
(9)

Można założyć  $x_1 = 1$  i poszukiwać rozwiązań w tablicach 9, 8, 7. Minimalną wartość d = 10 osiąga się dla zbiorów 1, 6, 5 i 1, 6, 9, k = 3. Zbiór 1, 6, 5 może być powiększony o element 2 lub 3, gdyż z (9) wynika, że może być tylko  $x_3 = 1$ ,  $x_2 = 0$  lub  $x_2 = 1$ ,  $x_3 = 0$ . Mniejszą wartość d osiąga się dla zbioru 1, 6, 5, 3 (8, 9, 10) (8, 7) (4, 7, 2) (4, 9, 10, 2). Z kolei zbiór ten należy rozszerzyć o element 9 lub 10. Minimalną wartość  $d_4 = 13$  osiąga się dla 1, 6, 5, 3, 9 (8, 10) (8, 7) (4, 7, 2) (4, 10, 2) (7, 10, 2). Ten sam wynik otrzymuje się wychodząc ze zbioru 1, 6, 9. Zatem

$$p_4 = (1, 3, 5, 6, 9, -2, 4, 7, 8, 10).$$

# 5. ZAKOŃCZENIE

Tablica 11 jest kodowaną tablicą stanów odpowiadającą podziałom  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_3$ ,  $p_4$ , przy czym  $D = d_1 + d_2 + d_3 + d_4 = 10 + 10 + 8 + 13 = 41$ . Nie można uważać, że tablica ta określa optymalne kodowanie stanów, gdyż nie rozpatrzono różnych możliwych podziałów  $p_1$  o minimalnej wartości d, szczególnie należałoby sprawdzić podział odpowiadający wierszowi 3 tablicy 9, wierszowi 1 tablicy 8 oraz wierszom 1-3 tablicy 7. Ze względu jednak na wartość D kod ten jest zbliżony do optymalnego.

Najbardziej pracochłonne jest wykonywanie operacji umożliwiających utworzenie tablic zbiorów dla poszczególnych wartości k. Ze względu na to, że operacje te są ściśle zdeterminowane i proste, metoda może być praktycznie wykorzystana z zastosowaniem EMC, a w pewnym zakresie – gdy liczba stanów nie jest duża lub liczba przejść między stanami, przypadająca średnio na jeden stan, jest mała – może być stosowana w sposób "ręczny".

Tablica 11

Stan	xı	π2	X <sub>3</sub>	X4	Stan	X1	X2	X3	X4
1	1	1	0	1	6	0	1	0	1
2	0	0	0	0	7	0	1	0	0
3	0	0	0	1	8	1	1	0	0
4	0	0	1	0	9	1	0	0	1
5	0	0	1	1	10	1	0	0	0

### WYKAZ LITERATURY

- 1. Projektowanie cyfrowych układów telekomunikacyjnych. Problemy Elektroniki i Telekomunikacji, Warszawa 1977.
- 2. Soubies-Camy A.: Les techniques binaires et le traitement de l'information, Paris 1961.
- 3. Traczyk W.: Układy cyfrowe automatyki. Warszawa 1974.
- 4. Zakrevskij A. D.: Algoritmy sinteza diskretnych avtomatov. Moskva 1971.

Марян Лигмановски

# ВОПРОСЫ ОПТИМАЛЬНОГО КОДИРОВАНИЯ СОСТОЯНИЙ В ЦИФРОВЫХ СИНХРОННЫХ АВТОМАТАХ

#### Резюме

Представлено оригинальный метод кодирования состояний путем минимизации, функции выраженной бинарными переменными.

В особом случае кодирование состоит в использовании соседних состояний.

Marian Ligmanowski

# PROBLEMS OF OPTIMAL ENCODING THE STATES IN SYNCHRONOUS DIGITAL AUTOMATES

### Summary

An original method has been presented of encoding the states, consisting in minimizing the function, expressed in the binary variables.

In the special casey the encoding occurs with the use of the neighbour states.

#### Marian Ligmanowski

### QUESTIONS DE CODAGE OPTIMAL DES ETATS EN AUTOMATES SYNCHRONES DIGITAUX

#### Resume

L'article décrit une méthode originale de codage des états, consistant à reduire au minimum la fonction exprimée en variables binaires.

Dans un cas particulier le codage utilise les etats voisins.

Marian Ligmanowski

# PROBLEME DER KODIERUNGSOPTIMIERUNG DER ZUSTANDE DER SYNCHRONISCHEN DIGITALAUTOMATEN

### Zusammenfassung

Es wurde die originale auf der Minimalisation der mit Binarvariablen bestimmten Funktion basierte Kodierungsmethode der Zustande gegeben.

Im besonderen Fall erreicht man die Kodierung mit Nachbarzustanden.

ARNOLD KAWECKI

621.396.43:621.371.3

# PRZEWIDYWANE TŁUMIENIA FAL PRZEZ DESZCZ W LINIACH RADIOWYCH NA OBSZARZE POLSKI

Rękopis dostarczono do Komitetu Redakcyjnego dn. 14. VII. 1982 r.

Na podstawie 10-letniego okresu pomiaru opadów atmosferycznych na obszarze Polski określono rozkłady prawdopodobieństwa natężeń opadów dla przeciętnego roku oraz dla przeciętnego, najgorszego miesiąca w roku, odniesione do wyróżnionych regionów kraju. Otrzymane rozkłady zostały wykorzystane do obliczenia przewidywanych rozkładów prawdopodobieństwa tłumienia fal, spowodowanego przez opady, na trasach linii radiowych pracujących na częstotliwościach 6 GHz, 11 GHz i 18 GHz. Rozkłady średnioroczne zostały obliczone metodą Crane'a, zaś rozkłady odnoszące się dc przeciętnego najgorszego miesiąca obliczono metodą opartą na wynikach pomiarów skutecznej długości trasy linii radiowej. Obliczenia przeprowadzono dla regionów wyróżnionych na obszarze kraju. Załączone wykresy pozwalają określić wartość tłumienia, która zostanie przekroczona na trasie z wybranym prawdopodobieństwem, w zależności od długości trasy.

### 1. WSTĘP

Niezawodność pracy linii radiowej na falach centymetrowych zależy w istotny sposób od opadów atmosferycznych. Występowanie opadów na trasie fali prowadzi bowiem do pochłaniania i rozpraszania fali. Szczególnie niekorzystne są pod tym względem opady przelotne o charakterze burzowym. Mogą one doprowadzić do zaników odbioru fali na okres nawet kilku minut. Zmniejszenie prawdopodobieństwa tego rodzaju sytuacji do granic dopuszczalnych można osiągnąć w fazie projektowania linii radiowej przez właściwy dobór jej parametrów technicznych, pod warunkiem, że znane są statystyczne charakterystyki tłumienia fal przez opady, które są z kolei silnie uzależnione od statystycznych charakterystyk opadów. Mikrostrukturalne cechy opadów zostały już dość gruntownie zbadane w wielu regionach świata [11]. Mierzy się też w wielu krajach rozkłady prawdopodobieństwa natężeń opadów. Rozkłady te są podstawą do prognozowania tłumień fal na trasach linii radiowych w pasmach częstotliwości powyżej 10 GHz.

Prace IŁ

# 2. WYNIKI BADAŃ WPŁYWU OPADÓW NA TŁUMIENIE FAL PRZEPROWADZONYCH W POLSCE

W Polsce zostały również wykonane badania, które pozwoliły określić rozkłady prawdopodobieństwa natężeń opadów odnoszące się do wyodrębnionych regionów kraju (rys. 1) [4]. Opierają się one na danych pluwiograficznych Służby Meteorolo-



Rys. 1. Regionalne rozkłady prawdopodobieństwa natężeń opadów odniesione do przeciętnego roku

gicznej z okresu od 1966 do 1975 r. Pomiary opadów były prowadzone w 115 punktach kraju deszczomierzami typu Hellmana [7]. Wspomniane wyżej rozkłady prawdopodobieństwa punktowych natężeń opadów charakteryzują przeciętny w badanym dziesięcioleciu sezon opadowy, obejmujący miesiące od maja do października włącznie. Poza tym okresem, opady mają słabe natężenia, przy czym występują one na ogół w postaci śniegu. W związku z tym opady w badanym sezonie odpowiadają okresowi rocznemu. Sposób uzyskania tego rodzaju regionalnych rozkładów prawdopodobieństwa natężeń jest opisany w [4]. Te same dane pomiarowe pozwoliły określić analogiczne charakterystyki regionalne opadów, odnoszące się do opadów w lipcu, który jest najgorszym miesiącem w roku z punktu widzenia tłumienia fal przez deszcz. Regionalne rozkłady prawdopodobieństwa punktowych natężeń opadów dla przeciętnego lipca są przedstawione na rys. 2. Natomiast sposób ich określania jest opisany w sprawozdaniu [5]. Rejo-



Rys. 2. Regionalne rozkłady prawdopodobieństwa natężeń opadów odniesione do przeciętnego, najgorszego miesiąca (lipca)

nizację kraju dla lipca pozwala określić mapka podana na rys. 3, zaś rejonizację dla okresu rocznego – mapka na rys. 4. Mapki te zostały sporządzone na podstawie danych pomiarowych Służby Meteorologicznej, przedstawionych w [4] i w [5]. Uwidoczniono na nich (przez odpowiednie zakreskowanie) obszary z długimi, średnimi i krótkimi czasami trwania opadów o wysokim natężeniu przekraczającym 66 mm/h oraz obszary z długimi i krótkimi czasami trwania opadów, przekraczającymi niski próg natężenia równy 12 mm/h. Granice tych ostatnich natężeń opadów zaznaczono liniami przerywanymi oraz literą A, gdy czas trwania jest krótki, bądź literą B, gdy czas trwania jest długi. Na obszarach nie należących do obszarów A lub do obszarów B czas trwania opadów przekraczających próg natężenia 12 mm/h jest średni. Z mapki na rys. 3 widać, że w lipcu najsilniejsze opady trwają najdłużej w rejonach Kraków – Katowice, na południe od Wrocławia i na zachód od Olsztyna oraz w jego okolicy. Najsilniejsze opady trwają najkrócej w rejonie Rawicz-Lipno--Gniezno-Koszalin-Szczecin. Na tym obszarze opady o natężeniach przekraczających próg 120 mm/h praktycznie nie występują. Można zauważyć, że rejon Koszalina należy do obszaru B, a więc charakteryzuje się długim czasem trwania opadów przelotnych, lecz silne opady przelotne trwają tam najkrócej. W związku z tym wyróżnimy rejon Krakowa, Katowic aż do Karpat i nazwiemy go hasłem "Kraków", następnie rejon Olsztyna (hasło "Olsztyn"), rejon Rawicza, Gniezna, Lipna a także Szczecina (hasło "Gniezno") oraz rejon Koszalina (hasło "Koszalin").

Rozkład czasów trwania opadów przedstawiony na rys. 4 pozwala wyróżnić regiony, które nie pokrywają się całkowicie z regionami wyróżnionymi na poprzedniej mapce. Wynika z tego, że dominujący wpływ na rozkład średnioroczny mają oprócz opadów lipcowych również opady z czerwca i sierpnia. Na mapce tej łatwo wyróżnić regiony, które oznaczymy hasłami: "Poznań", "Kraków", "Koszalin", i "Olsztyn".

Mając do dyspozacji rozkłady prawdopodobieństwa natężeń dla przeciętnego, najgorszego miesiąca roku oraz dla przeciętnego roku możemy określić iloraz



Rys. 3. Mapka rozkładu terytorialnego czasu trwania opadów o wysokim natężeniu, przekraczającym próg 66 mm/h oraz opadów przekraczających próg 12 mm/h w przeciętnym lipcu



67



Rys. 4. Mapka rozkładu terytorialnego czasu trwania opadów o wysokim natężeniu przekraczającym próg 66 mm/h oraz opadów przekraczających próg 12 mm/h w przeciętnym roku



Rys. 5. Iloraz  $Q_n(p_r)$  dla regionów kraju (dotyczy lipca)

Arnold Kawecki

 $Q_n = p_{nm}/p_r$  prawdopodobieństwa  $p_{nm}$  przekroczenia natężenia opadu  $I_{p_{mm}}$  w najgorszym miesiącu w wybranym punkcie pomiaru i prawdopodobieństwa  $p_r$  przekroczenia tego samego progu w tym samym punkcie w okresie rocznym, w zależności od  $p_r$ , a więc

$$Q_n(p_r) = p_{nm}/p_r$$

Zależność tę, dla wyróżnionych regionów, przedstawia rys. 5. Dla porównania wykreślono również taki sam iloraz dla Zachodniej Europy, pokazany w [12]. Jak widać z rys. 5 prawdopodobieństwo wystąpienia najwyższych natężeń opadów w lipcu jest największe w regionach podgórskich i w olsztyńskim.

# 3. METODA OBLICZEŃ ROZKŁADÓW PRAWDOPODOBIEŃSTWA OPADÓW

W literaturze przedstawiono wiele metod obliczania trasowych tłumień fali na podstawie punktowych rozkładów prawdopodobieństwa opadów. Nie wnikając w ich specyfikę można krótko stwierdzić, że najbardziej znana i prawdopodobnie najdokładniejsza z nich jest metoda Misme-Fimbel'a opisana w [4] i w [9]. O jej dokładności świadczą wyniki badań przeprowadzonych na terenie nieomal całej Europy, [10]. Nie może ona jednak być tutaj zastosowana ze względu na jej skomplikowanie.

Zaprezentowane rozkłady prawdopodobieństwa tłumień na trasach, odniesione do przeciętnego roku, zostały obliczone opierając się na ostatnio opublikowanej metodzie, opracowanej przez Crane'a [1]. Metoda ta jest prosta w zastosowaniu i wydaje się przy tym zadawalająco dokładna, aby określić przybliżony na razie obraz wpływu opadów na tłumienie fal w naszym kraju i uchwycenie różnic regionalnych.

Jednym z dotychczas stosowanych sposobów określania tłumienia fali A na trasie, przekraczanego z prawdopodobieństwem p%, było wykorzystanie zależności potęgowej

$$A_{(p_{0})} = \alpha \bar{I}^{\beta}_{(p_{0})} L \tag{1}$$

gdzie  $I_{(p_{0}^{*})}$  – średnie, trasowe natężenie opadu przekraczane z prawdopodobieństwem  $p_{0}^{\circ}$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  – współczynniki regresji zależne od mikrostruktury opadu, od częstotliwości fali i od temperatury, a L – długość trasy fali, [6]. Sposób ten ma ograniczone zastosowanie praktyczne, gdyż na ogół nie dysponuje się rozkładem prawdopodobieństwa  $p(I > I_{(p_{0}^{\circ})})$  dla wybranej trasy. Często natomiast można określić dla danej trasy rozkład  $p(I_{p} > I_{p(p_{0}^{\circ})})$  punktowego natężenia opadów, posługując się wynikami pomiarów Służb Meteorologicznych. Zależność (1) nie jest też zadowalająco dokładna, gdy  $\beta \neq 1$  bowiem tłumienie na trasie

$$A = \lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} \alpha I_{i}^{\beta} \frac{L}{n} = \alpha \overline{I^{\beta}} L$$

zależy od przebiegu natężenia I, wzdłuż trasy, przy tej samej średniej trasowej I.

Metoda Crane'a eliminuje te mankamenty. Przyjmuje on bowiem stosowane zazwyczaj określenie współczynnika redukcyjnego

$$r = \bar{I}_{(p\%)} / I_{p(p\%)}, \qquad (2)$$

wyrażonego przez iloraz *p*-procentowej wartości natężenia trasowego i natężenia punktowego, oraz określa model potęgowej zależności tego współczynnika od natężenia punktowego. Pomijając indeks  $p_{0}^{\prime}$  zależność ta ma postać

$$r = \gamma I_p^{-\delta}$$
;  $I = r I_p = \gamma I_p^{(1-\delta)}$  (3)

przy czym parametry  $\gamma$  i  $\delta$  zostały uzależnione od długości trasy L w taki sposób, że  $\gamma = \gamma (L)$ ,  $\delta = \delta (L)$ . Model ten opiera się na licznych i długookresowych pomiarach natężenia opadów trasowego i punktowego na liniach radiowych o długości 5, 10, 15, 20, i 22,5 km, w różnych strefach klimatycznych (RFN, W. Brytania, Floryda, New Jersey). Wyniki na krótszych trasach zostały odniesione do wyników na trasie najdłuższej ( $L_0 = 22,5$  km), stosując zasadę niezależności wysokich natężeń opadów ( $I_p > 25$  mm/h), gdy odległość pomiędzy punktami pomiarowymi była większa od 10 km oraz przyjmując, że gdy na trasie o długości  $L_1$  iloczyn  $I_1 L_1$ występował z prawdopodobieństwem p ( $I_1 L_1$ ), to na trasie o długości  $L_2$  iloczyn  $I_2 L_2 = I_1 L_1$  występuje z prawdopodobieństwem

$$p(I_2 L_2) = p(I_1 L_1) \frac{L_2}{L_1}$$
(4)

Istota modelu Crane'a, aczkolwiek w szczegółach tu nie przedstawiona, polega na znalezieniu statystycznego przekroju natężenia opadu wzdłuż trasy  $I_p(I)_{(p^*_0)}$ którego średnia trasowa  $\overline{I_p(I)}_{(p^*_0)}$  równa jest średniej  $\overline{I_{(p^*_0)}}$  w zależności potęgowej (3) otrzymanej z pomiarów. Statystyczny przebieg natężenia opadu wzdłuż trasy został określony przez numeryczne różniczkowanie zależności (3) względem odległości. Według autorów publikacji [6] można przyjąć, że nieznany przebieg tej funkcji  $I_p(I)$ wzdłuż trasy o długości L występujący z prawdopodobieństwem  $p^{\circ}_0$ , ma wartość średnią

$$\bar{I}_{(p\%)} = \frac{1}{L} \int_{0}^{L} I_{p}(l)_{(p\%)} dl = r I_{p(p\%)}.$$

W wyniku różniczkowania mamy

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}L}\left[\int_{0}^{L}I_{p}(l)_{(p\%)}\mathrm{d}l\right] = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}L}\left[LrI_{p(p\%)}\right]$$

wobec czego szukana postać funkcji

$$I_p(L)_{(p\%)} = I_{p(p\%)} \frac{d}{dL} [Lr],$$

przy czym funkcja r = r(L) jest określona z pomiarów.

Zależności  $\gamma(L)$  i  $\delta(L)$  w tym modelu podano na rys. 6, zaś przekroje natężeń opadów wzdłuż trasy dla wybranych natężeń punktowych  $I_p$  przedstawiono na rys. 7. W celu ułatwienia obliczeń tłumienia funkcje opisujące przebieg natężenia opadów wzdłuż trasy zostały wyrażone za pomocą dwóch funkcji wykładniczych.



Rys. 6. Wykres funkcji  $\delta = \delta(L) - (a)$  oraz  $\gamma = \gamma(L) - (b)$ 

Wartość p-procentową tłumienia  $A_{(p\%)}$  w dB na trasie o długości  $L > L_0 =$ = 22.5 km można obliczyć ze wzoru

$$A(I_{p},L) = \alpha I_{p}^{\beta} \left[ \frac{e^{u\beta d} - 1}{u\beta} - \frac{b^{\beta} e^{c\beta d}}{c\beta} + \frac{b^{\beta} e^{c\beta L}}{c\beta} \right]; \quad d \leq L \leq L_{0}$$

$$A(I_{p},L) = \alpha I_{p}^{\beta} \left[ \frac{e^{u\beta L} - 1}{u\beta} \right] 0 < L \leq d,$$
(5)



Rys. 7. Rozkład względnego natężenia opadu wzdłuż trasy w zależności od  $I_p$ 

w którym wartość  $I_{p(p\%)}$  w mm/*h* jest odczytana ze znanego dla danej trasy rozkładu  $p(I_p > I_{p(p\%)})$ . Dla tras dłuższych  $(L > L_0)$  wartość  $\overline{IL} = rI_{p(p\%)}L$  jest identyczna z wartością  $r'I'_{p(p\%)}L_0$  dla trasy o długości  $L_0$ . Natomiast wartość natężenia  $I_{p(p\%)}$  powinna być odczytana z rozkładu  $p(I_p > I_{p(p\%)})$  dla  $p'\% = p\% (L_0/L)$  i wykorzystana do obliczeń jak dla trasy o długości  $L_0$ .

Współczynniki

$$u = \frac{\ln (be^{cd})}{d},$$
  

$$b = 2,3I_p^{-0.17},$$
  

$$c = 0,026 - \ln I_p \text{ (w mm/h)},$$
  

$$d = 3,8 - 0,6 \ln I_p \text{ (w km)}$$

są określone doświadczalnie i wiążą się z funkcjami wykładniczymi modelu (3).



Rys. 8. Rozkłady prawdopodobieństwa natężeń opadów w ZSRR i w Polsce, w średnim najgorszym miesiącu roku Z kolei współczynniki  $\alpha$  i  $\beta$  związane z mikrostrukturą opadu, dla której przyjęto model Lawsa-Parsonsa, są w temperaturze kropel 0°C odpowiednio równe:

 $\alpha = 0,0025$  i  $\beta = 1,28$  przy częstotliwości 6 GHz,  $\alpha = 0,016$  i  $\beta = 1,16$  przy częstotliwości 11 GHz,  $\alpha = 0,055$  i  $\beta = 1,1$  przy częstotliwości 18 GHz.

O wiarygodności przekształcenia punktowego rozkładu prawdopodobieństwa natężenia opadu na trasowy rozkład prawdopodobieństwa tłumienia według metody Crane'a mogą świadczyć wyniki pomiarów tłumienia fali spowodowanego tylko przez deszcze, które były przeprowadzone na liniach radiowych w Wielkiej Brytanii [3]. Dane z tych pomiarów porównano z wynikami, które pozwala uzyskać metoda Crane'a, opierając się na rozkładzie prawdopodobieństwa opadów typu C odpowiednim dla W. Brytanii. Otrzymane rozbieżności mieszczą się w granicach odchylenia standardowego [1].

Funkcja [3] opisująca przejście z natężenia punktowego  $I_p$  na trasowe I, opiera się na rocznych statystycznych charakterystykach opadów. Nie może przeto być zastosowana do obliczania tłumień w najgorszym miesiącu roku, bowiem w tym okresie można oczekiwać wyższych średnich trasowych I ze względu na większe średnice kolumn opadowych, przy tych samych natężeniach w centrum kolumny. W celu obliczania zależności progowego tłumienia  $A_p %_0$  od długości trasy, dla wybranych



Rys. 9. Zależność  $k = L_{eff}/L$  od długości trasy L dla przeciętnego roku wg modelu Crane'a (linie przerywane) i dla przeciętnego najgorszego miesiąca, wg pomiarów w ZSRR (linie ciągłe)

prawdopodobieństw  $p^{\circ}_{0}$  można posłużyć się metodą opartą na pojęciu skutecznej długości trasy  $L_{eff}$  która występuje we wzorze na tłumienie

$$A = \alpha I^{\beta} L_{eff}, \qquad (6)$$

gdzie  $L_{eff} = kL$ . Współczynnik k został określony doświadczalnie dla tras o różnych długościach L, przy określonych natężeniach punktowych  $I_p$  w europejskiej części ZSRR, dla której rozkład prawdopodobieństwa p ( $I_p > I_{p(p^{\circ_b})}$ ) w najgorszym miesiącu jest bardzo zbliżony do tegoż rozkładu dla naszego kraju (rys. 8) oraz na podstawie badań w innych krajach o zbliżonym klimacie [8]. Współczynnik ten można też wyznaczyć z modelu Crane'a (3) odnoszącego się do przeciętnego roku w celu porównania zależności k (L) w przeciętnym roku i w przeciętnym najgorszym miesiącu. I tak, z modelu Crane'a

$$k = \left(\frac{\bar{I}}{I_p}\right)^{\beta} = r^{\beta} = [\gamma(L) I_p^{\delta(L)}]^{\beta}$$
(7)

Obliczona ze wzoru (7) zależność k(L) i zależność określona z pomiarów na trasach o różnej długości i częstotliwości w zakresie od 8 do 20 GHz są przedstawione na rys. 9. Obliczona zależność k(L) również praktycznie nie zależy od częstotliwości, gdyż wartość  $\beta$  zmienia się nieznacznie i jest bliska jedności w przedziale od 8 do 20 GHz.

Jeżeli więc przyjąć, że eksperymentalnie uzyskana zależność przedstawiona na rys. 9 jest dla Polski odpowiednia, to korzystając ze wzoru (6) i tej zależności łatwo obliczyć tłumienie progowe  $A_{(pol)}$ .

# 4. REGIONALNE ROZKŁADY PRAWDOPODOBIEŃSTWA TŁUMIENIA FAL

Obliczenia rozkładów prawdopodobieństwa tłumienia fal przeprowadzono dla częstotliwości 6 GHz, 11 GHz i 18 GHz, biorąc pod uwagę regionalne rozkłady prawdopodobieństwa natężeń opadów. Wyniki obliczeń odnoszące się do przeciętnego lipca przedstawiają wykresy na rys. 10, 11, 12 i 13, zaś odnoszące się do przeciętnego roku – wykresy na rys. 14, 15 i 16. Przedstawiają one zależność progowego tłumienia  $A_{(p\%)}$  od długości trasy L przy wybranych wartościach p% przekroczenia progu. Opierając się na otrzymanych danych sporządzono wykresy rozkładów prawdopodobieństwa tłumienia  $A_{(p\%)}$  dla przeciętnego lipca, przy czym  $p\% = p_{nm}\%$ , (rys. 17) i dla przeciętnego roku – wtedy  $p\% = p_{p}\%$ , (rys. 18). Krzywe odnoszą się do obszaru kraju, wyróżniono przy tym pasma częstotliwości 6, 11 i 18 GHz oraz odcinki tras o długości L = 10, 20 i 40 km. Wykreślono też iloraz  $Q_t (p_{nm}) = p_{nm}/p_r$  prawdopodo-
bieństwa przekroczenia tegoż tłumienia w przeciętnym roku, odnoszący się do kraju (rys. 19). Rozróżniono przy tym również częstotliwości i długości tras. Dla porównania naniesiony został wykres ilorazu  $Q_t(p_{nm})$  otrzymany eksperymentalnie we Włoszech na lotnisku w Turynie i Fucino [9]. Odnosi się on jednak do krótkiego okresu obserwacji w latach 1975-77, nie jest więc reprezentatywny. Z kolei tak wysokie wartości  $Q_t$  dla L = 40 km otrzymane w tym opracowaniu wymagają potwierdzenia doświadczalnego, gdyż mogą one wynikać z niejednorodności metod prognozowania tłumienia dla przeciętnego roku i dla przeciętnego lipca.

Otrzymane z naszych pomiarów i obliczeń rozkłady należy traktować jako tymczasowe. Mogą one być skorygowane po upływie kilku lat, w miarę doskonalenia metod pomiarowych i obliczeniowych.



Rys. 10. Zależność tłumienia fali przekraczanego z prawdopodobieństwem  $p_{nm} = 0,005\%$  od długości trasy L w przeciętnym lipcu





od długości trasy L



Rys. 13. Zależność tłumienia fali przekraczanego z prawdopodobieństwem  $p_{nm} = 0,1\%$  od długości trasy L w przeciętaym lipcu



Rys. 14. Zależność tłumienia fali przekraczanego z prawdopodobieństwem  $p_r = 0,001\%$  od długości trasy L dla przeciętnego roku



Rys. 15. Zależność tłumienia fali przekraczanego z prawdopodobieństwem  $p_r = 0.01\%$ od długości trasy L dla przeciętnego roku



Rys. 16. Zależność tłumienia fali przekraczanego z prawdopodobieństwem  $p_r = 0.1\%$ od długości trasy L dla przeciętnego roku



Rys. 17. Prawdopodobieństwo  $p_{nm}$ % przekroczenia tłumienia  $A_{(r_{nm})}$  na trasie o długości L w przeciętnym lipcu



0.01

0005

0.02 0.03

0.05

Rys. 19. Iloraz  $Q_t(p_{nm}) = p_{nm}/p_r$ dla obszaru Polski

gości L w przeciętnym roku

#### WYKAZ LITERATURY

Prowdopudobienstwo pnm - %

- 1. Crane R. K.: Prediction of attenuation by rain. IEEE Transactions Communications, 1970 vol. Com-28, No 9,
- 2. Damosso E., Renzis G., Fedi F., Migliorini P.: A systematic comparison of rain attenuation prediction methods for terrestrial paths. Annales des Telecommunications, 1980, vol. 35 No 11-12.
- 3. Harden B. N., Norbury J. R., White W. J.: Estimation of attenuation by rain on terrestrial radio links in the U. K. at frequencies from 10 to 100 GHz. Microwave Optics and Acoustics, 1978, vol. 2, p. 94-104.
- 4. Kawecki A .: Określenie kumulatywnego rozkładu prawdopodobieństwa natężeń opadów atmosferycznych w Polsce dla potrzeb radiokomunikacji. Referaty Problemowe IL, 1981, nr 41.
- 5. Kawecki A .: Rozkład prawdopodobieństwa natężeń opadów deszczu w przeciętnym, najgorszym miesiącu roku w Polsce dla celów prognozowania tłumienia fal. Sprawozdanie z pracy IŁ, temat 2.2.09W.02.02.1982.



- Kheirallah H. N., Segal B., Olsen R. L.: Application of synthetic storm data to evaluate simpler techniques for predicting rain attenuation statistics. Annales des Telecommunications 1980, vol. 35, No 11-12.
- 7. Lorenc H.: Czasowo-przestrzenny rozkład opadów deszczu o określonym natężeniu na terytorium Polski. Zlecenie IŁ nr Z-22/S1248/76, listopad 1979.
- Materiał informacyjny delegacji ZSRR na posiedzenie koordynacyjne Komisji Łączności krajów RWPG w temacie 1. 3. 3.10. 4. planu współpracy krajów RWPG, 1981.
- 9. Misme P., Fimbel J.: Determination theorique et experimentale de l'affaiblissment par la pluie sur un trajet radioelectrique. Annales des Telecommunications, 1975, vol. 30, nr 5-6.
- 10. Misme P., Waldteufel P.: Calcul des affaiblissment dus a la pluie sur un trajet Terre satellite. Annales des Telecommunications, 1981, vol. 36, No 1-2.
- 11. Olsen R. I., Rogers D. V., Hodge D. B.: AR<sup>b</sup> relation in calculation of rain attenuation. IEEE Transactions Antennas and Propagation 1978, vol. AP-26, p. 318-329.

#### Арнольд Кавецки

# ОЖИДАЕМОЕ ВЫЗЫВАЕМОЕ ДОЖДЕМ ЗАТУХАНИЕ ВОЛН В РАДИОРЕЛЕИНЫХ ЛИНИЯХ НА ТЕРРИТОРИИ ПОЛЬШИ

#### Резюме

На основании десятилетнего периода измерений атмосферных осадков на территории Польши определено распределение вероятности интенсивности атмосферных среднегодовых осадков и средних осадков в течении наиболее неблагоприятного месяца года, в некоторых выбранных районах страны. Эти распределения использовано для расчета ожидаемых распределений вероятности вызываемого дождем затухания волн в трассах радиорелейных линий, работающих в частотных диапазонах 6 ГГц, II ГГц и 18 ГГц.

Среднегодовые распределения осадков расчитано по методу Крейна, а распределения осадков в самом неблагоприятном месяце года определено на основании измерений эффективной длины трасс радиорелейных линий. Расчёты проведено для выбранных районов страны. Приведенные в приложении графики позволяют определить значение затухания, которое будет превышенным с данной вероятностью в трассе в зависимости от длины этой трассы.

Arnold Kawecki

# EXPECTED WAVE ATTENUATION CAUSED BY THE RAIN IN RADIO LINK ROUTES IN THE TERRITORY OF POLAND

#### Summary

On the grounds of 10 years period of measuring the rainfall in the territory of Poland the distributions of probability of some intensities of average annual rainfall and of average rainfall in the most infavourable month of the year have been determinated, concerning the chosen regions of the country.

These distributions have been utilized to calculate the expected probability distributions of the wave attenuation, caused by the rainfall in the radio link routes, working in the frequency bands of 6 GHz, 11 GHz and 18 GHz.

The average annual distributions have been calculated by the Crane's method and the distributions concerning the most unfavourable month have been based upon the measuring results of the effective length of the radio link route. The calculations have been carried out for some chosen regions of the country.

The annexed graphs enable to determine the value of attenuation being exceeded in the route with the given probability, depending on the length of the route.

#### Arnold Kawecki

## PRÉVISION DES AFFAIBLISSEMENTS D'ONDES PROVOQUÈS PAR LA PLUIE DANS LES TRAJETS DE FAISCEAUX HERTZIENS SUR LE TERRITOIRE DE LA POLOGNE

#### Resume

En prenant pour la base de calcul la periode de 10 ans du mesurage des precipitations atmospheriques sur le territoire de la Pologne, on a déterminé pour quelques régions choisis du pays, la distribution des probabilités de l'intensité de précipitations pour l'année habituelle tout entière et pour le mois le plus défavorable de l'année habituelle. Ces distributions ont servi à prévoir les distributions des probabilités d'affaiblissement d'ondes, cause par les précipitations sur les trajets de faisceaux hertziens dans les bandes de fréquences de 6 GHz, 11 GHz et 18 GHz.

Les distributions médianes de l'année entière ont été calculées à l'aide de la méthode de CRANE, tandis que pour calculer celles concernant le mois habituel le plus défavorable on a utilisé les résultats de mesure de la longueur effective des trajets des faisceaux hertziens. Les calculs sont faits pour les régions choisis du pays. Les graphiques annexés permettent de déterminer la valeur d'affaiblissement qui sera dépassée sur le trajet avec un taux de probabilité donné, conformément à la longueur de ce trajet.

#### Arnold Kawecki

# VORAUSSICHTLICHE WERTE DER WELLENDÄMPFUNG DURCH REGEN IN DEN RICHTFUNKLINIEN AUF DEM GEBIET VON POLEN

#### Zusammenfassung

Auf Grund der 10-jährigen Messungen der Niederschläge auf dem Gebiet von Polen wurde die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Niederschlagsstärke für mittelmäßiges Jahr und für mittelmäßigen schlechsten Monat für ausgezeichnete Regionen bestimmt. Die erhaltenen Resultate wurden für die Berechnung der vorgesehenen Wahrschenlichkeitsverteilung der durch Niederschläge verursachten Dämpfung der Wellen in Frequenzbereichen 6 GHz, 11 GHz und 18 GHz auf Richtfunkstrecken benutzt.

Die mitteljährigen Verteilungen wurden mit Crane-Methode berechnet und die Verteilungen für mittelmäßigen schlechsten Monat mit einer auf Meßresultate der effektiven Länge der Richtfunkstrecke basierter Methode berechnet. Die Rechnungen wurden für die ausgezeichneten Regionen auf dem Landgebiet durchgeführt.

Die angeschlossenen Diagramme ermöglichen den Dämpfungswert, der auf der Strecke mit ausgewählter Wahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von der Streckenlänge überschritten wird, zu bestimmen. TADEUSZ FLISEK ZDZISŁAWA KULESZO

621.394.74

# ELEMENTY<sub>2</sub>OPTYMALIZACJI STRUKTURY NIŻSZEJ PŁASZCZYZNY KRAJOWEJ SIECI TELEGRAFICZNEJ

Rękopis dostarczono do Komitetu Redakcyjnego dnia 25.V.1982 r.

Przeanalizowano jednostopniowe struktury niższej plaszczyzny krajowej sieci telegraficzno-teleinformatycznej (arytmicznej). Na podstawie wyprowadzonej funkcji kosztu struktury określono obszary zastosowań central zbiorczych, koncentratorów i multiplekserów (węzłów bezkomutacyjnych). W analizie uwzględniono wszystkie elementy kosztu, a mianowicie: koszt węzła komutacyjnego struktury, koszty łączy abonenckich, koszt łaczy międzycentralowych wraz z kosztem przyłączy węzła nad-rzędnego (centrali węzłowej). Wyniki analizy przedstawiono w postaci wykresów.

## **1. WPROWADZENIE**

Krajowa sieć telekomunikacyjna, w tym telegraficzna (teleksowa), jest organizmem bardzo złożonym. Jej optymalizacja jest wieloargumentowa. Zmiany strukturalne w jednym miejscu pociągają (lub mogą pociągać) za sobą skutki w odległych obszarach sieci. Tak np. zastąpienie w sieci teleksowej centrali zbiorczej koncentratorem ma wpływ nie tylko na koszt tego węzła zbiorczego, lecz również na funkcje i koszt nadrzędnej centrali węzłowej. Jeszcze inne skutki wynikną ze zlikwidowania komutacji w węźle zbiorczym (multiplekser). Takie rozwiązanie spowoduje – oprócz wzrostu wyposażenia w centrali węzłowej – wzrost liczby łączy do centrali węzłowej, a co za tym idzie i wzrost liczby zakończeń w centrali nadrzędnej. Z tych względów optymalizacja struktury sieci telegraficznej wymaga podejścia kompleksowego. Nie spełnia tego warunku np. wykonana w [4] analiza porównawcza niższej płaszczyzny sieci telefonicznej (okręgowej), gdyż nie uwzględnia ona m.in. kosztu łączy oraz kosztu centrali nadrzędnej.

Krajowa sieć teleksowa Polski jest siecią dwupłaszczyznową. Tworzące płaszczyznę wyższą centrale węzłowe (CW, nazywane również węzłami nadrzędnymi) połączone są "każda z każdą". Płaszczyznę niższą tworzą centrale zbiorcze (CZ, nazywane również węzłami podporządkowanymi), z których każda dołączona jest do najbliższej centrali węzłowej oraz do centrali w Warszawie (rys. 1 oraz [1, 3]).

6 Prace IL

Niniejsza analiza techniczno-ekonomiczna obejmuje niższą płaszczyznę sieci (NPS). Dla tej płaszczyzny sieci analiza jest kompleksowa w tym sensie, że uwzględnia zarówno wszystkie urządzenia komutacyjne jak i wszystkie łącza (urządzenia transmisyjne). W stosunku do istniejącej struktury (rys. 1) do analizowanej struktury sieci wprowadzono dwie istotne zmiany:

- a) założono, że węzeł podporządkowany dołączony jest tylko do jednego węzła nadrzędnego;
- b) węzeł podporządkowany może mieć jedną z trzech realizacji fizycznych: centrala (CZ), koncentrator (K), lub tylko multiplekser (MUX, węzeł bez komutacji)



Rys. 1. Struktura krajowej sieci telegraficznej (w uproszczeniu) CW – centrala węzłowa, CZ – centrala zbiorcza

Dla tych wszystkich trzech realizacji fizycznych węzła podporządkowanego przyjmiemy wspólną nazwę: węzeł zbiorczy (WZ).

Analizowany fragment sieci, wraz z odpowiednimi objaśnieniami, przedstawiono na rys. 2.

# 2. FUNKCJA KOSZTU NIŻSZEJ PŁASZCZYZNY SIECI

Na podstawie rys. 2 koszt  $(K_{ji})$  niższej płaszczyzny sieci, odniesiony do jednego węzła zbiorczego  $(WZ_{ii})$ , można wyrazić następującą ogólną zależnością:

$$K_{ii} = N_{ii} \cdot k_a + r \cdot C_{ii} \cdot k_{ii} + (N_{ii} + r \cdot C_{ii}) \cdot u_i \cdot k_i + r \cdot C_{ii} \cdot k_i$$
(1)

gdzie:

1

 $C_{ji}$  – liczba łączy od  $WZ_{ji}$  do  $CW_{ji}$ ,

 $k_a$  – średni koszt jednego łącza abonenckiego,



Rys. 2. Ogólna struktura niższej płaszczyzny sieci telegraficznej

- 83
- $k_{ij}$  jednostkowy koszt  $CZ_{ji}$  (koszt jednego zakończenia  $CZ_{ji}$ ),
- $k_i$  jednostkowy koszt  $CW_i$ ,
- $k_{ji}$  koszt jednego łącza pomiędzy  $WZ_{ji}$  i  $CW_{j}$ ,
- $N_{ii}$  pojemność  $WZ_{ii}$  (liczba abonentów),
- r współczynnik; dla CZ i Kr = 2 uwzględnia połączenie  $WZ_{ji} \ge CW_j$  dwiema wiązkami łączy jednokierunkowych (dla MUXr = 1),
- $u_i \cdot k_i$  jednostkowy koszt koncentratora,  $u_i < 1$  (dla MUX  $u_i = 0$ ). Dla multipleksera zachodzi równość  $C_{ji} = N_{ji}$ .

W zależności (1) pojemność węzła zbiorczego wyrażona jest dwoma czynnikami:  $N_{ji}$  i  $C_{ji}$ . Oba te czynniki można wyrazić za pomocą jednego parametru, a mianowicie za pomocą ruchu generowanego  $(A_{0ij})$  przez abonentów dołączonych do  $WZ_{ji}$ . Otrzymamy następujące zależności

$$N_{ji} = a_N \cdot A_{0ij} \tag{2}$$

$$C_{ji} = a_V \cdot A_{0ij} + b_V \tag{3}$$

gdzie  $a_N$ ,  $a_V$  i  $b_V$  są stałymi równań liniowych.

Rzeczywista zależność (3) jest nieliniowa. Jednakże dla ograniczonego przedziału zmienności  $A_{0ij}$  prosta (3) jest dobrą aproksymacją zależności liczby łączy od wielkości natężenia ruchu. Dla analizowanego przedziału pojemności (zob. pkt. 3)  $a_V = 1,16$ , a  $b_V = 5,5$ .

Wprowadzimy ponadto następujące zależności:

$$u_a = \frac{k_a}{k_{ji}} \text{ czyli } k_a = u_a \cdot k_{ji}$$
(4)

$$g = \frac{k_{ji} + k_j}{k_{ji}} \tag{5}$$

a także

$$A_{ji} = \eta_i \cdot A_{0ij} \tag{6}$$

Założymy ponadto, że ruch przychodzący (z  $CW_j$ ) do  $WZ_{ji}$  jest równy ruchowi wychodzącemu z  $WZ_{ji}$  (do  $CW_j$ ), czyli  $A_{ji} = A_{ij}$ .

Zależność (4) wyraża koszt łącza abonenckiego za pomocą kosztu łącza międzycentralowego. Natomiast zależność (5) uwzględnia jednostkowy koszt centrali węzłowej (koszt przypadający na jedno łącze międzycentralowe).

Współczynnik  $\eta_i$  wyraża (w wariancie z centralą zbiorczą) udział ruchu lokalnego w ruchu generowanym, tzn. ruchu nie kierowanego do centrali węzłowej. A zatem, w wariantach z koncentratorem i multiplekserem  $\eta_i = 1$ . Po uwzględnieniu zależności (2), (3), (4), (5) i (6) wzór (1) przyjmie postać

$$K = [(a_N \cdot u_a + r \cdot g \cdot a_V \cdot \eta) \cdot A_0 + r \cdot g \cdot b_V] \cdot k_{ji} + + [(a_N + r \cdot a_V \cdot \eta) A_0 + r \cdot b_V] \cdot u_i \cdot k_i$$
(7)

Dla uproszczenia zapisu, tam gdzie to nie prowadzi do niejednoznaczności odczytu, indeksy *ji* oraz *i* zostały opuszczone.

Wzór (7) wyraża postać ogólną (dla CZ, K i MUX) zależności kosztu obsługi ruchu w niższej płaszczyźnie sieci od natężenia ruchu generowanego. Dla multipleksera wzór ten przyjmie postać znacznie prostszą

$$K_{MUX} = a_N A_0 K_{ji}(u_a + g) \tag{8}$$

Dla koncentratora  $\eta = 1$ , a dla centrali zbiorczej  $u_1 = 1$ .

W analizie uwzględniono (jako bardziej niekorzystny w stosunku do wariantu z multiplekserem) układ połączeń WZ z CW tylko z dwiema wiązkami łączy jednokierunkowych (r = 2, rys. 2).

W analizie porównawczej, zamiast kosztem całkowitym (K), wygodniej jest posługiwać się kosztem obsługi jednostki ruchu ( $K_0$ )

$$K_0 = \frac{K}{A_0} \tag{9}$$

# 3. ZAKRES ZMIENNOŚCI PARAMETRÓW

**Pojemność węzla zbiorczego** (N). Pojemność węzła wygodnie jest wyrażać za pomocą wielkości ruchu generowanego ( $A_0$ ) przez dołączonych do niego abonentów. Za górną analizowaną pojemność WZ przyjmuje się tutaj

$$A_0 = \alpha_0 \cdot N = \frac{N}{a_N} = 60 \text{ Erl}, \tag{10}$$

co w warunkach polskiej krajowej sieci telegraficznej (średnio dla abonentów teleksowych i telegramowych) odpowiada około 530 abonentom (NN). W przypadku np. koncentratora pojemność fizyczna (tzn. pojemność z uwzględnieniem zakończeń dla łączy międzycentralowych) wyniesie

F = N + 2C = 680 zakończeń (ZZ),

gdzie C wyrażone jest zależnością (3).

Założona wartość górnej granicy pojemności WZ (60 Erl) uzasadniona jest tym, że tylko w takim zakresie pojemności można rozpatrywać inne niż centrala realizacje techniczne węzła (koncentrator, multiplekser).

Parametr  $\alpha_0$  w zależności (10) wyraża wartość średnią ruchu generowanego przez jednego abonenta. Dla zbadania wpływu tego parametru na koszt niższej płaszczyzny

Elementy optymalizacji struktury niższej plaszczyzny krajowej steci ...

Zestawiene mextorych parametrow C2							
A <sub>0</sub> [Erl]	7		k <sub>i</sub> [tys. zł]				
	m	M	k <sub>t1</sub>	k <sub>i2</sub>	k13		
$A_{01} = 4$ $A_{02} = 7$ $A_{03} = 14$ $A_{04} = 30$ $A_{05} = 60$	0,98 0,96 0,93 0,89 0,83	0,999 0,998 0,996 0,990 0,980	40,0 34,2 26,7 19,6 15,6	60,0 51,3 40,0 29,3 23,3	90,0 77,0 60,0 44,0 35,0		

Zestawienie niektórych parametrów CZ

sieci, oprócz wartości średniej  $a_N = 8,8$  w analizie uwzględniono 2 wartości skrajne:  $a_N = 5$  i  $a_N = 12,5$  (przy czym:  $a_N = \frac{1}{\alpha_0}$ ).

Za dolną analizowaną pojemność WZ przyjmuje się  $A_0 = 4$  Erl, co odpowiada około 30 NN.

Jednostkowy koszt węzła zbiorczego  $(u_i \cdot k_i)$ . Koszt taki nie jest nam znany, gdyż w kraju nie są produkowane ani nawet opracowywane odpowiednie urządzenia. W takiej sytuacji jednostkowy koszt WZ można tylko oszacować. Wskaźnikiem wyjściowym określającym obszar kosztu WZ w wariancie z CZ może być jednostkowy koszt elektronicznej centrali telegraficzno-teleinformatycznej (ECTT) większych pojemności (skalkulowany w [5]). Jednostkowy koszt CZ określają 2 parametry: wysokość kosztu i jego zależność od pojemności węzła. Ponieważ szacowany koszt jednostkowy CZ może znacznie odbiegać od kosztu rzeczywistego, analizę wykonano dla trzech grup jego wartości. Wartości te  $(k_i)$  podano w tablicy 1.

Koszt WZ w wykonaniu koncentratorowym wyrażony został zależnością  $u_i \cdot k_i$ , przy czym  $u_i < 1$ . Ponieważ parametr  $u_i$  również nie jest znany (oszacowano go na 0,7), analizę wykonano dla dwóch jego wartości:  $u_i = 0,6$  i  $u_i = 0,8$  (a częściowo i dla  $u_i = 0,9$ , zob. rys. 9).

Koszt WZ w wykonaniu multiplekserowym jest równy zeru ( $u_i = 0$ ), gdyż koszt urządzeń multipleksera włączony jest w koszt łączy. W sumie rozpatrzono następujące wartości  $u_i$ 

U <sub>11</sub>	U <sub>i2</sub>	<i>U</i> 13	Ui4	$u_{i5}$	U <sub>16</sub>
0	0,3	0,6	0,8	0,9	1

Błąd wynikający z oszacowania  $k_i$  jest częściowo łagodzony tym, że koszt koncentratora (urządzenia porównywanego z centralą) wyrażony jest nie wartością bezwzględną, lecz jako część kosztu  $k_i$  ( $k_i \cdot u_i$ ,  $u_i < 1$ ).

Współczynnik rozpływu ruchu ( $\eta$ ) Współczynnik ten jest zależny zarówno od pojemności centrali, jak i od rodzaju ruchu. Ruch telegramowy w Polsce rozpływa się

Tablica 1

proporcjonalnie do liczby abonentów na danym obszarze. Natomiast ruch teleksowy ma charakter bardziej "wewnętrzny", tzn. ruch wewnętrzny jest większy niż to wynika ze stosunku pojemności centrali do pojemności sieci lub ruchu generowanego w centrali do ruchu generowanego w sieci.

Analizę wykonano dla dwóch grup współczynnika rozpływu ruchu (tablica 1): jednego  $(\eta_M)$  dla ruchu o rozpływie zbliżonym do rozpływu ruchu telegramowego i drugiego  $(\eta_m)$  dla ruchu o rozpływie zbliżonym do rozpływu ruchu teleksowego. Rzeczywisty rozpływ ruchu powinien się zawierać pomiędzy dwoma założonymi z tym, że bliżej  $\eta_m$ .

Koszt łącza międzycentralowego dowęzłowego  $(k_{ji})$ . Analizę wykonano dla czterech wartości kosztu łącza międzycentralowego dowęzłowego: 40, 100, 200 i 400 tysięcy zł, co odpowiada w przybliżeniu łączom o długości od 20 do przeszło 200 km. Taki zakres zmienności długości łącza dowęzłowego pokrywa w zupełności potrzeby krajowej sieci telegraficznej.

Koszt łącza abonenckiego  $(u_a \cdot k_{ji})$ . Koszt ten wygodnie jest przedstawić za pomocą kosztu łącza dowęzłowego:  $u_a \cdot k_{ji}$ . Analizę wykonano dla kilku wartości  $u_a$  w przedziale od  $u_a = 0,1$  do  $u_a = 3$ .

Jednostkowy koszt centrali węzłowej  $(k_j)$ . Koszt ten nie zależy od rodzaju i pojemności węzła zbiorczego. Jest on zależny od systemu komutacyjnego i pojemności centrali węzłowej. Ponieważ *CW* jest z reguły centralą większej pojemności, więc jej koszt jednostkowy "leży" już w "ustabilizowanej" części charakterystyki  $k_j =$  $= f(F_j) [F_j$  oznacza pojemność *CW* wyrażoną liczbą zakończeń]. Analizę wykonano dla trzech wartości  $k_j$ : 30, 35 i 40 tysięcy zł. Wartości te odpowiadają zarówno średnim cenom światowym, jak i szacunkom wykonanym dla systemu ECTT [5].

# 4. ANALIZA WYNIKÓW I WNIOSKI

Wyniki obliczeń, oparte na zależności (7), przedstawiono na rysunkach  $3 \div 9$ . Na rys. 3 przedstawiono zależność kosztu obsługi jednostki ruchu,  $K_0$ , od pojemności węzła zbiorczego,  $A_0$ , dla trzech realizacji technicznych tego węzła, a mianowicie centrali ( $u_i = 1$ ,  $\eta = \eta_m \div \eta_M$ ), koncentratora ( $u_i = 0, 6 \div 0, 8$ ) i multipleksera ( $u_i = 0$ ).

Z charakterystyk wynika, że multiplekser jest rozwiązaniem najtańszym tylko w przypadku tanich łączy ( $k_{ji} < 50$  tys. zł) i bardzo małych pojemności WZ (N < < 70 NN). Koncentrator jest rozwiązaniem tańszym lub równoważnym centrali w dużych przedziałach kosztu łączy i pojemności WZ. Centrala jest rozwiązaniem najtańszym dopiero przy drogich łączach i większych pojemnościach WZ, a także przy większym ruchu wewnętrznym ( $\eta \to \eta_m$ ).

Charakterystyki na rys. 3 wykonano przy założeniu, że średni koszt łącza abonenckiego stanowi 40% ( $u_a = 0,4$ ) kosztu łącza międzycentralowego. Dla porównania, na rys. 4 przedstawiono takie same zależności, lecz dla  $u_a = 0,2$ . Widoczny jest duży wpływ średniego kosztu łącza abonenckiego na koszt obsługi jednostki ruchu telegraficznego. Wpływ ten jest bardziej wyraźny na rys. 5. Widać bardzo silny wzrost  $K_0$  (ze wzrostem  $u_a$ ) przy drogich łączach międzycentralowych. Na przykład, dla  $k_{ji} = 200$  tys. zł i  $A_0 = 60$  Erl, wzrost  $u_a$  z 0,2 do 0,4 powoduje wzrost kosztu obsługi jednostki ruchu o około 30%.

Jak wynika z charakterystyk przedstawionych na rys. 6, również koszt łączy międzycentralowych ma silny wpływ na koszt obsługi jednostki ruchu. Na tym rysunku pokazano również wpływ zmian jednostkowego kosztu węzła zbiorczego na koszt obsługi jednostki ruchu. Wpływ ten jest znaczny, jednakże mniejszy niż wpływ kosztu łączy międzycentralowych. Na przykład, wzrost jednostkowego kosztu WZ (dla  $A_0 = 60$  Erl, zob. tabl. 1) z 15,6 do 35 tys. zł (tzn. 2,25 razy) powoduje wzrost '



Rys. 3. Zależność kosztu obsługi jednostki ruchu od wielkości ruchu generowanego w WZ,  $u_a = 0,4$ 

Prace IŁ

 $K_0$  (dla  $k_{ji} = 100$  tys. zł) z 0,8 do 1 mln zł, to znaczy o 25%, natomiast taki sam wzrost kosztu łącza (ze 100 do 225 tys. zł) powoduje wzrost  $K_0$  (dla  $k_{i2}$ ) z 0,88 do 1,66 tys. zł, tzn. o około 89%.

Wpływ ruchotwórczości abonentów na koszt obsługi jednostki ruchu przedstawiono na rys. 7. Cechą charakterystyczną krzywych wariantu multiplekserowego jest to, że  $K_0$  wzrasta bardzo szybko ze wzrostem  $a_N$  przy stałym ruchu generowanym



Rys. 4. Zależność kosztu obsługi jednostki ruchu od wielkości ruchu generowanego w WZ,  $u_d = 0,2$ 

 $A_0$ . Taki przebieg krzywych jest zrozumiały, gdyż wzrost  $a_N$  ( $\alpha_0$  maleje) przy  $A_0 =$ = const oznacza wzrost liczby łączy abonenckich. Ta liczba łączy w wariancie multiplekserowym nie podlega w WZ kompresji, stąd silny wzrost kosztu  $K_0$ .

Drugą cechą charakterystyczną krzywych z rys. 7 jest to, że ze wzrostem aw

koszt  $K_0$  rośnie nieco szybciej w wariancie z centralą niż z koncentratorem. Spowodowane jest to tym, że w występujących we wzorze (7) zależnościach

$$(a_N \cdot u_a + r \cdot g \cdot a_V \cdot \eta) \cdot A_0 \tag{7a}$$

$$(a_N + r \cdot a_V \cdot \eta) \cdot A_0 \tag{7b}$$





parametr  $a_N$  ma w wariancie z CZ większy wpływ na wartości (7a) i (7b) niż w wariancie z koncentratorem. Czyni to, występujący w drugim składniku parametr  $\eta$ , który dla koncentratora ma wartość równą 1 a dla centrali wartość mniejszą od 1. Tak np. wzrost  $a_N$  od wartości 5 do 12,5 (przy  $A_0 = 60$  Erl) powoduje wzrost wartości (7b)

- w wariancie z koncentratorem: 2,025 razy

- w wariancie z centralą: 2,083 razy.

Jak wynika z przedstawionych na rys. 8 krzywych, wpływ jednostkowego kosztu centrali węzłowej  $(k_j)$  na koszt obsługi jednostki ruchu w niższej płaszczyźnie sieci jest niewielki.



Rys. 6. Zależność kosztu obsługi jednostki ruchu od kosztu łącza międzycentralowego

Na rys. 9 przedstawiono zależność  $K_0$  od względnego (w stosunku do kosztu CZ) kosztu węzła zbiorczego  $(u_i)$ . Wartość  $u_i = 0$  odpowiada wariantowi z multiplekserem. Wartości od  $u_i = 0.6$  do  $u_i = 0.9$  odpowiadają wariantowi z koncentratorem. Wartość  $u_i = 1$  odpowiada wariantowi z centralą zbiorczą. Dla celów porównawczych  $K_0$  określono również dla  $u_i = 0,3$ , co ma znaczenie raczej teoretyczne, gdyż nie jest znane rozwiązanie WZ, którego koszt wynosiłby tylko 30% kosztu CZ.

Zależności na rys. 9 przedstawiono dla trzech grup wartości  $k_1$  (tablica 1). Dla założonego przedziału zmienności  $k_1$  koszt  $K_0$  zmienia się w granicach od około 15%





do około 65%. Większe zmiany  $K_0$  występują przy tanich łączach, co jest oczywiste, gdyż im tańsze są łącza międzycentralowe, tym większy udział w koszcie sieci przypada na urządzenia komutacyjne.

Dla wariantu z centralą koszt  $K_0$  wyrażony jest nie jedną wartością, lecz prze-



Rys. 8. Zależność kosztu obsługi jednostki ruchu od wielkości ruchu generowanego w WZ,  $k_j$  = parametr

działem wartości. Te przedziały wartości określone są współczynnikiem rozpływu ruchu ( $\eta$ , tablica 1), tzn. wielkością ruchu lokalnego w CZ.

Koszty wszystkich urządzeń występujących w analizie są odniesione do 1982 r.

#### WYKAZ LITERATURY

- 1. Flisek T., Lewandowski R.: Komutacyjne problemy polskiej sieci telegraficznej. Przegląd Telekomunikacyjny, 1981, nr 9-10.
- Flisek T., Podgórska (Kuleszo) Z.: Analiza techniczno-ekonomiczna celowości stosowania central małych pojemności. Instytut Łączności, Gdańsk 1981 (współpraca w ramach stałej Komisji Łączności RWPG).



Rys. 9. Zależność kosztu obsługi jednostki ruchu od jednostkowego kosztu WZ

- 3. Flisek T., Zientalski M.: Kierunki modernizacji krajowej sieci telegraficznej. Przegląd Telekomunikacyjny, 1981, nr 11.
- 4. Hofshi R., Shanholt G. A.: Vorteilhafte Netzgestaltung mit dem ITT-System 12. Elektrisches Nachrichtenwesen, 1979, No 3.
- 5. Założenia techniczno-ekonomiczne na elektroniczne centrale telegraficzno-teleinformatyczne ECTT ze sterowaniem programowym. GZT TELKOM TELMOR, Gdańsk 1979.

Тадеуш Флисек Здзислава Кулешо

# ЭЛЕМЕНТЫ ОПТИМАЛИЗАЦИИ СТРУКТУРЫ НИЖНЕГО УРОВНЯ ТЕЛЕГРАФНОЙ СЕТИ СТРАНЫ

#### Резюме

Проведено анализ одноразрядной структуры нижнего уровня телеграфно-телеинформатической сети страны (стартстопного типа). На основании выведённой функции стоимости этой структуры определено зоны применения коммутационных групповых станций, концентраторов и мультиплексеров (не коммутирующих узлов).

Анализ учитывает все элементы стоимости этой структуры, а именно: стоимость коммутационного узла, абонентских линий, междустанционных соединительных линий с учётом стоимости точек подключения узла выжшего уровня (узловой станции).

Результаты анализа представлено в виде графиков.

Tadeusz Flisek Zdzisława Kuleszo

### OPTIMIZATION ELEMENTS OF THE STRUCTURE OF THE LOWER AREA OF THE NATIONAL TELEGRAPH NETWORK

#### Summary

The one stage structure of the lower area of the telegraph and data transmission national network (of a start-stop system) has been analysed.

On the grounds of the derived function of the structure costs, the zones of application of joint trunk exchanges, of concentrator and multiplex devices (non switching nodes) have been defined.

The analysis takes into account all elements of structure costs namely the cost; of the exchange, of subscriber's lines and of junction circuits between exchanges, the cost of terminals in the higher node included (in tandem exchanges).

The results of the analysis have been presented in drawings.

Tadeusz Flisek Zdzisława Kuleszo

# ÉLÉMENTS D'OPTIMISATION DE LA STRUCTURE DE LA SURFACE INFÉRIEURE DU RÉSEAU TÉLÉGRAPHIQUE NATIONAL

#### Resume

On a analyse la structure a l'étage unique de la surface inférieure du réseau télégraphigue et téléinformatique (arythmique) national. A l'aide d'une déduite fonction de couts d'une telle structure on a fixé les zones d'application des centraux de groupement, des concentrateurs et des multiplexeurs (des noeuds non commutateurs). L'analyse prend en consideration tous les éléments de couts de la structure, notamment le cout du central de commutation, des circuits d'abonnés et des circuits de jonction entre les centraux, le cout de l'accordement au noeud superieur inclu (au central nodal).

Les resultats d'analyse sont presentes en graphiques.

Tadeusz Flisek Zdzisława Kuleszo

### OPTIMIERUNGSELEMENTE DER UNTEREN EBENE DES LANDSFERNSCHREIBNETZES

### Zusammenfassung

Es wurden die einstufigen Strukturen des unteren arytmischen Fernschreib-Datenlandsnetze (Start/Stop Betrieb) analysiert. Auf Grund der abgeleiteten Kostenfunktion wurden die Ein satzbereiche der Knotenämter, Konzentratoren und Multiplexer (nicht vernuttelnde Knoten bestimmt.

In der Analyse wurden alle Kostenelemente berücksichtigt und namlich: Kosten des Vermittlungsknotens, Kosten der Teilnehmerleitungen, Kosten der Verbindungsleitungen zusammen mit den Anschlußkosten des oberen Knotens (des Hauptamtes).

Resultate des Analyse wurden in graphischer Form dargestellt.

STANISLAW SYPNIEWSKI

621.375.4:621.396.6

# WZMACNIACZE MODULUJĄCE O DUŻEJ SPRAWNOŚCI ENERGETYCZNEJ Z KOMUTACJĄ CHARAKTERYSTYKI ROBOCZEJ

Rękopis dostarczono do Komitetu Redakcyjnego dnia 27.1V.1982 r.

W artykule opisano w skrócie rozwój wzmacniaczy modulujących nadajników radiofonicznych AM i na tym tle przedstawiono nowy modulator amplitudowy o dużej sprawności, tzw. "progresywny", opracowany dla współczesnych tranzystorowych układów nadawczych.

W szczególności opisano, opracowany w USA, szeregowy układ takiego wzmacniacza oraz porównano z nim analogiczny układ równoległy, opracowany w Instytucie Łączności. Parametry wyjściowych sygnałów wzmacniaczy tych typów spełniają najwyższe wymagania współczesnej techniki radiofonicznej. Zwłaszcza duże wartości osiąga sprawność energetyczna wzmacniaczy modulujących, pracujących z samoczynną komutacją charakterystyki roboczej.

# **1. WPROWADZENIE**

Zagadnienie uzyskania wzmacniacza sygnałów o częstotliwościach akustycznych o możliwie dużej sprawności wyłoniło się już dawno, bo w początkach rozwoju radiofonii o modulacji amplitudowej. Dotyczy to rozwiązania takiego układu modulatora, który by przy wielogodzinnej pracy radiostacji radiofonicznej na dobę zapewniał uzyskiwanie dobrych parametrów transmisji przy możliwie małych kosztach eksploatacyjnych. W miarę wzrastania mocy nadajników radiofonicznych wyłonione zagadnienie zaczynało nabierać coraz większego znaczenia. W związku z tym pojawiły się rozmaite rozwiązania układowe podnoszące sprawność modulowanych wzmacniaczy mocy w.cz. nadajników oraz samych modulatorów. Należy przede wszystkim wymienić dotąd szeroko stosowane, przeciwsobne modulatory klasy  $B_{mcz}$ , jak i nowsze beztransformatorowe wzmacniacze klasy  $D_{mcz}$  oraz niektóre najnowsze rozwiązania, o których poniżej będzie mowa.

Występująca tendencja do maksymalnej tranzystoryzacji nadajników doprowadziła do stanu, przy którym stosowanie lamp katodowych ograniczono nieomal do stopni końcowych o dużej mocy. Przy całkowicie półprzewodnikowych rozwiązaniach moc wyjściowa zbliżyła się do 10 kW dla modulacji częstotliwościowej i około kilku kilowatów dla fali nośnej przy modulacji amplitudowej. Oczywiście te całkowicie tranzystorowe nadajniki muszą być, jak dotąd, realizowane metodą sumowania mocy wyjściowej z rozsądnej liczby identycznych bloków, współpracujących na wspólną antenę.

W 1975 roku w USA zrealizowano średniofalowy nadajnik radiofoniczny, zbudowany wyłącznie na tranzystorach, stosunkowo nieskomplikowany układowo i możliwie oszczędny w rozwiązaniu materiałowym. Układ ten odznaczając się doskonałymi parametrami transmisji gwarantował całkowitą sprawność energetyczną urządzenia powyżej 50%, co wymagało przy modulacji amplitudowej uzyskania sprawności stopnia modulowanego rzędu ponad 80%, wzmacniacza modulującego ok. 78% i zasilaczy oraz układów pomocniczych nie mniej niż 75%.

Takie wyniki nie mogły być osiągnięte na drodze konwencjonalnej. W rzeczywistości w nadajniku zastosowano tzw. progresywną szeregową modulację amplitudową aż dwunastu 500 W wzmacniaczy rezonansowych pracujących w klasie  $D_{wcz}$ . Dla uzyskania fali nośnej o mocy nieco ponad 1 kW współpracuje wspomniane dwanaście bloków, z których każdy zawiera modulowany wzmacniacz w. cz. i wzmacniacz modulujący progresywny, sprzęgnięte poprzez odpowiedni układ sumowania mocy wyjściowej na wspólną antenę nadawczą.

# 2. WZMACNIACZ "PROGRESYWNY" W UKŁADZIE SZEREGOWYM TYPU PSM

Termin "Progressiv Series Modulator" został zaproponowany przez autora patentu USA Nr 3.898.590 z 1975 r. Hilmer Swansona i został przyjęty w jego opisie. Wzmacniacz "progresywny" polega na wykorzystywaniu wtórnikowych wzmacniaczy klasy A do dwutorowego wzmacniania osobno każdej z połówek przebiegu sygnału modulującego, kolejno wpierw "dolnej", a potem po samoczynnym komutowaniu charakterystyki roboczej, wzmocnienia drugiej, "górnej" połówki sygnału już w innym torze wzmacniacza.

Na rys. 1 w układzie blokowym przedstawiono zasadę pracy szeregowego układu, a na rys. 2 uwidoczniono sposób wykorzystania pola charakterystyk  $i_c/u_{ce}$  stosowa-



Rys. 1. Układ blokowy szeregowego wzmacniacza progresywnego typu PSM nych tranzystorów wraz z komutowaną samoczynnie charakterystyką roboczą wzmacniacza jako całości.

W układzie obu torów progresywnego wzmacniacza zastosowano bezpośrednio sprzęgnięte stopnie, pracujące w układzie wtórników emiterowych. Dzięki temu



Rys. 2. Sposób wykorzystania pola charakterystyki  $i_c/U_{ce}$  tranzystorów wzmacniacza progresywnego

wyeliminowano całkowicie potrzebę stosowania transformatorów lub dławików modulacyjnych i uzyskano bardzo dobre parametry elektryczne wzmacnianych sygnałów.

Układ wtórnika emiterowego mocy nadaje się wyśmienicie do realizacji szeregowej modulacji amplitudowej nadajnika. Samoczynną komutację obu torów wzmocnienia, dających się wyodrębnić za stopniem separującym I układu wzmacniacza modulującego PSM zapewniają dwie diody, a mianowicie: dioda odcinająca D1, włączona na zasilaniu napięciem  $1/2 U_{cc}$  "dolnego" toru wzmacniacza modulującego i dioda D2, włączona z zachowaniem właściwej polaryzacji na wejściu sygnałów modulujących wzmacniacza "górnego".



Rys. 3. Schemat elektryczny szeregowego wzmacniacza progresywnego typu PSM

Proces samoczynnej komutacji progresywnego wzmacniacza w układzie szeregowym łatwo jest prześledzić na rys. 3. Sygnał modulujący m.cz. za separatorem skierowywany jest na bazę "dolnego" stopnia sterującego II i dalej na bazę "dolnego" wyjściowego wzmacniacza mocy III, który zasilany jest poprzez diodę DI ze źródła niskonapięciowego  $1/2 U_{cc}$ . W związku z tym, dolna połówka sygnału modulującego jest odtwarzana bezpośrednio na rezystancji obciążenia  $R_L$  wtórnika wyjściowego III. Z chwilą gdy amplituda wejściowego sygnału modulującego wzrośnie ponad poziom odpowiadający fali nośnej w nadajniku, dioda odcinająca DI przestaje przewodzić i w dalszym ciągu stopień ten może być jedynie zasilany z wtórnika wyjściowego V, drugiego toru wzmacniacza PSM, połączonego z nim w szereg. "Górna" połówka sygnału modulującego doprowadzana jest ze wspólnego stopnia separującego I przez diodę D2 wprost na bazę stopnia sterującego drugiego toru układu wzmacniacza, oznaczonego IV. Dioda ta jest spolaryzowana napięciem  $1/2 U_{cc}$  odpowiadającym poziomowi fali nośnej nadajnika, dlatego przewodzi jedynie sygnały górnej połówki sygnału modulującego, doprowadzając je do bazy wyjściowego wzmacniacza mocy V. Wtórnik wyjściowy V "górnego" toru układu PSM obciążony jest, poprzez szeregowo z nim połączony wtórnik wyjściowy mocy III "dolnego" toru układu, wspólnym obciążeniem  $R_L$ .

W celu zredukowania do minimum strat wynikających z szeregowego połączenia na wyjściu obu wtórników mocy, "dolny" z nich w ciągu aktywnego półokresu "górnego" toru układu PSM jest niezmiennie utrzymywany w stanie nasycenia. Dzieje się to dzięki samoczynnemu wyłączeniu zasilania napięcia  $1/2 U_{cc}$  poprzez diodę odcinającą *D1* i identycznemu przebiegowi chwilowych napięć występujących na bazie i kolektorze wyjściowego wtórnika mocy III, szeregowo połączonych obu torów układu PSM.

W przypadku zaniku sygnału modulującego (m = 0) układ PSM powinien być tak wyregułowany, że gdy "górny" tor układu zostaje wyłączony, a napięcie zasilające kolektory modulowanego wzmacniacza mocy nadajnika dostarcza "dolny" tor wzmacniacza modulującego poprzez znajdujący się w stanie nasycenia wyjściowy wtórnik mocy III i układ zasilania 1/2  $U_{cc}$  to spełnione są wymagania odpowiadające poziomowi fali nośnej szeregowej modulacji amplitudowej nadajnika.

Dzięki kolejnemu samoczynnie następującemu komutowaniu obu torów wzmocnienia układu wzmacniacza PSM, napięcie zasilające nadajnik waha się proporcjonalnie do napięcia modulującego, wprowadzanego na wejście wzm. PSM. Przebieg modulacji jest w pełni liniowy, zniekształcenia nieliniowe i przesunięcie fazy, dzięki zastosowaniu bezpośrednich sprzężeń pomiędzy stopniami wtórników emiterowych mocy, są nieznaczne i osiągają wartość h = 1 do 2%. Sprawność energetyczna układu wzmacniacza PSM dla szczytu m = 1 osiąga wartość ok. 78%, która przy malejącej głębokości modulacji do m = 0 jeszcze wzrasta, by dla warunków fali nośnej dojść do ok. 90%, co jest wartością wyjątkowo wysoką.

W realizowanym w IŁ laboratoryjnym modelu wzmacniacza typu PSM o mocy wyjściowej ok. 290 W przy pełnej głębokości modulacji i ok. 170 W przy fali nośnej, powyżej podane parametry i właściwości układu potwierdziły się w pełni, a układ działał najzupełniej stabilnie.

# 3. WZMACNIACZ PROGRESYWNY W UKŁADZIE RÓWNOLEGŁYM TYPU PPM

Autor niniejszego opracowania zrealizował układ spełniający analogiczne wymagania szeregowej progresywnej modulacji, jak opisano na wstępie, ale rozwiązany w równoległym układzie wzmacniacza, który pozwala, w porównaniu z układem szeregowym PSM, jeszcze nieco podwyższyć sprawność energetyczną w szczycie modulacji nadajnika.

Wzmacniacz modulujący, wg poniżej opisanego rozwiązania, autor dla uproszczenia będzie nadal nazywać układem typu PPM (Progressive Parallel Modulator).



Na rys. 4 w układzie blokowym przedstawiono zasadę pracy równoległego układu wzmacniacza modulującego typu PPM, a na rys. 5 uwidoczniono sposób wykorzystania pól charakterystyk  $i_c/u_{ce}$  obu wtórnikowych wzmacniaczy mocy wyjściowej układu, współpracujących równolegle na wspólne obciążenie  $R_L$ .

W układach obu torów progresywnego wzmacniacza modulującego zastosowano, podobnie jak w układzie PSM, bezpośrednio sprzęgnięte stopnie, pracujące jako



Rys. 5. Sposób wykorzystania pól charakterystyk  $i_c/U_{ce}$  obu wtórników wzmacniaczy układu PPM

wtórniki emiterowe. Dzięki temu uzyskano również bardzo dobre parametry elektryczne wzmacnianych sygnałów modulujących.

Samoczynną komutację obu torów wzmocnienia mocy zapewniają odpowiednio włączone diody D1 oraz D2, które spełniają inną rolę aniżeli w układzie PSM. Całość rozwiązania układu PPM prześledzimy posługując się rys. 6. Wejściowy sygnał modulujący wprowadzany jest za wstępnym napięciowym wzmacniaczem na separator wtórnikowy I, którego potencjał bazy, nastawiany potencjometrem P, ustala poziom fali nośnej modulowanego nadajnika i tym samym ustala również podział amplitud sygnału modulującego na część "dolną", leżącą poniżej i część "górną", leżącą powyżej tej linii podziału. Dla typowych warunków modulacji AM będzie to podział, licząc napięciowo, jak 1:2.

Na wyjściu separatora I włączone są wejścia obu torów układu PPM, a więc "dolnego" obejmującego wtórniki II i III oraz "górnego" IV i V. Tor dolny wzmacnia jedynie dolną część sygnałów modulujących, gdyż układ mostkowy  $R_1$ , dioda D2 oraz  $R_2$  i  $R_3$  zapewniają przechodzenie tylko tej części sygnałów. Wyjściowy wtórnik mocy III dolnego wzmacniacza dołączony jest do wspólnego obciążenia  $R_L$  poprzez odcinającą diodę D1, co zapewnia wzmacnianie mocy we wtórniku V jedynie górnej części sygnałów modulujących. Dioda D1 odcina tor wzmocnienia mocy dolnych połówek sygnałów modulujących, przerywając połączenie wyjściowego wtórnika mocy III ze wspólnym obciążeniem  $R_L$  wówczas, gdy tor wzmocnienia mocy górnych połówek sygnału modulującego staje się aktywny. Należy zauważyć, że dioda D1 jest spolaryzowana napięciem  $1/2 U_{cc}$  z toru wzmocnienia dolnych połówek sygnału modulującego.

Gdy na bazę wejściową wzmacniacza sterującego IV "górnego" toru dochodzi dolna część sygnałów modulujących, to nie może być wzmacniana poprzez wzmacniacz wyjściowy mocy V, gdyż występujący na jego bazie sygnał ze stopnia sterujące-



Rys. 6. Schemat elektryczny równoległego wzmacniacza progresywnego typu PPM go IV ma tę samą fazę oraz identyczny przebieg napięciowy, co sygnał na emiterze, docierający tu wprost wskutek połączenia równoległego wspólnego obciążenia  $R_L$  ze wzmacniaczem III "dolnego" toru PPM.

W ten sposób tranzystor V staje się wygaszony dla dolnej części dowolnych sygnałów modulujących, a gdy prąd kolektora pojawia się w nim, czyniąc go aktywnym, to jedynie dla górnych części sygnału modulującego.

W opisany tu sposób dokonuje się samoczynnie sukcesywny podział wzmocnienia dolnej i górnej części sygnału modułującego na oba tory wzmocnienia mocy układu wzmacniacza modulującego, które na przemian dostarczają swoje połówki okresu sygnału modulującego do wspólnego obciążenia, tworząc na nim całkowity sygnał wyjściowy, nałożony na składową stałą odpowiadającą poziomowi fali nośnej wzmacniacza modulowanego w systemie progresywnej szeregowej modułacji amplitudy typu PPM.

Ze względu na wyłączne stosowanie w poszczególnych stopniach obu torów wzmacniacza wtórników emiterowych o bezpośrednim sprzężeniu, nie należy w układzie wzmacniacza PPM oczekiwać jakiegokolwiek wzmocnienia napięciowego, a jedynie powstaje tu znaczne wzmocnienie mocy, a zatem wejściowy sygnał modulujący ma, praktycznie biorąc, zbliżoną amplitudę międzyszczytową do sygnału na wyjściu z całego wzmacniacza modulującego. Amplituda ta odpowiada z dużym przybliżeniem wartości napięcia zasilania  $U_{cc}$  wtórnika wyjściowego V toru "górnej" części sygnału modulującego.

Wskutek małego przesunięcia fazy pomiędzy napięciem wejściowym i wyjściowym układu wzmacniacza mocy typu PPM łatwo można zrealizować pętlę ujemnego sprzężenia zwrotnego, obejmującą detektor liniowy w obwodzie antenowym nadajnika i zaciski wejściowe sygnału modulującego w układzie modulatora.

# 4. WNIOSKI

Porównując wzmacniacze modulujące typu PSM oraz PPM pomiędzy sobą łatwo można stwierdzić, że układ równoległy pracuje bez strat wnoszonych przez nasycony tranzystor III, włączony w szereg z obciążeniem  $R_L$  oraz bez strat wynikających z konieczności zasilania z pełnego napięcia  $U_{cc}$  stopnia sterującego II w "dolnym" torze układu PSM, gdyż w układzie PPM zasilanie tego stopnia rozwiązuje się napięciem 1/2  $U_{cc}$ . W rezultacie pomiary laboratoryjne na modelu wykazały, że wzmacniacz modulujący typu PPM, przy analogicznych parametrach mocy wyjściowej dla pełnej modulacji identycznego nadajnika osiąga sprawność energetyczną rzędu 83%, a przy warunkach odpowiadających poziomowi fali nośnej, o mocy rzędu 170 W, sprawność energetyczna modulatora osiągała 95%.

Powyższe wyniki, a zwłaszcza sprawność energetyczna, uzyskiwana przy progresywnych wzmacniaczach modulujących nadajników tranzystorowych, pracujących zarówno w układzie szeregowym typu PSM jak i równoległym typu PPM, na tym poziomie nie jest do osiągnięcia, jak dotąd żadnym znanym układem elektronicznym.

W literaturze fachowej brak opracowania omawiającego zasadę pracy wzmacniaczy progresywnych, a jedyną informację stanowi cytowany w tekście opis patentowy i firmowe druki reklamowe producenta nadajników.

#### Станислав Сыпневски

## МОДУЛИРУЮЩИЕ УСИЛИТЕЛИ БОЛШОЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ С КОММУТАЦИЕЙ ЛИНИЙ НАГРУЗКИ

#### Резюме

В статье описано в сокращении развитие модулирующих усилителей в радиовешательских передатчиках АМ и в связи с этим представлено новый амплитудный модулятор большой эффективности, т. наз. "прогрессивный", предназначенный для схем современных транзисторных передатчиков.

Здесь подробно описано, изобретённую в США последовательную схему такого модулятора, которую затем сравнено с аналогичной по задаче но параллельной схеме модулятора, разработанного в Институте Связи.

Параметры сигналов, передаваемых модуляторами обоих типов соответствуют самым строгим требованиям, ставимым современной техникой радиовещания.

Особенно высокое значение энергетической эффективности достижимо в выходной ступени модуляторах при применении авгоматической коммутации линий нагрузги.

Stanislaw Sypniewski

#### HIGH EFFICIENCY MODULATING AMPLIFIERS WITH SWITCHED LOAD LINE

#### Summary

In the paper the development of modulating amplifiers for AM broadcast transmitters has been brefly described and on these grounds a new modulator, of high efficiency of so called "progressive" type, elaborated for modern transistorized transmitting schemes, has been presented.

In particular the "progressive" series modulator, invented in USA has been here described, which with an analogous, parallel type modulator, elaborated in the Institute of Telecommunication, has been compared.

The output signals parameters of modulators of both types fulfil the highest requirements of broadcast technics.

Especially high overall efficiency has been obtained by a self switched load lines output stage modulating amplifiers.

#### Stanisław Sypniewski

# AMPLIFICATEURS – MODULATEURS À L'EFFICACITÉ ÉNERGÉTIQUE ÉLEVÉE AVEC DROITES DE CHARGE COMMUTÉES

#### Resume

Dans l'article on a brièvement décrit le developpement des amplificateurs – modulateurs des émetteurs radiophoniques AM et ensuite on a présente un nouveau modulateur d'amplitude à l'efficacité énergétique élevée, nommé "progressif", élaboré pour les schemes émetteurs transistorisée modernes.

En particulier, on a décrit le schème en série d'un tel modulateur inventé en Etats-Unie et on l'a comparé au schème en parallèle analogue, élaboré à l'Institut des Télécommunications.

Les paramètres des signaux de sortie des modulateurs de ces types sont conformes aux plus hautes exigences de la radiophonie moderne.

Notamment on a obtenu l'efficacité energétique élevée des ces modulateurs grâce la commutation automatique de la droite de charge de leurs étages de sortie.

#### Stanislaw Sypniewski

# MODULATIONSVERSTÄRKER MIT HOCHEM WIRKUNGSGRAD UND KOMMUTATION DER ARBEITSCHARAKTERISTIK

#### Zusammenfassung

In dem Artikel wurde die Entwicklung der Modulationsverstärker der Rundfunksender AM kurz beschrieben und ein neuer mit hochen Wirkungsgrad sogenannter "progressiver" für moderne Transistorsender ausgearbeiteter Amplitudenmodulator dargestellt. Insbesondere wurde eine in USA bearbeitete Serienschaltung solches Modulators und eine im Instytut Łączności bearbeitete Parallelschaltung beschrieben. Die erzielten Resultate wurden verglichen.

Die Parameter der Ausgangssignale solcher Modulatoren erfüllen die höchsten der zeitigen Forderungen der Rundfunktechnik. Besonders der erreichbare energetische Wirkungsgrad der im System der selbsttätiger Kommutation der Arbeitscharakteristik der Ausgangsstufe arbeitenden Modulatoren ist sehr hoch.

Autorzy

### AUTORZY



Doc. dr hab. Stanisław Dymowski, urodzony w 1936 roku w Warszawie, ukończył studia wyższe na Wydziale Łączności Politechniki Warszawskiej w 1960 roku. W 1957 roku rozpoczął pracę zawodową w Katedrze Telegrafii Politechniki Warszawskiej, a następnie pracował w Katedrze Podstaw Telekomunikacji Instytucie Podstaw Elektroniki Politechniki Warszawskiej. i l W 1965 roku uzyskał stopień naukowy doktora nauk technicznych, a w 1972 roku stopień naukowy doktora habilitowanego. W 1972 roku został powołany na stanowisko docenta w Instytucie Podstaw Elektroniki Politechniki Warszawskiej, gdzie pełnił funkcję kierownika Zakładu do końca roku akademickiego 1973/74, tzn. do momentu przeniesienia służbowego przez Ministra Łączności do pracy w Instytucie Łączności. W Instytucie Łączności do końca 1979 roku pełnił funkcję kierownika Zakładu Teleinformatyki, a do chwili obecnej pełni funkcję pełnomocnika Dyrektora Instytutu Łączności ds. badań podstawowych i rozwoju kadry naukowej. Równolegle do 1981 roku kontynuował działalność dydaktyczną jako docent kontraktowy w Instytucie Telekomunikacji Politechniki Warszawskiej.

Legitymuje się dużym dorobkiem dydaktycznym i naukowym. Opublikował wiele prac naukowych z dziedziny analizy liniowych układów elektrycznych (głównie z teorii syntezy tych układów) i z teorii sygnałów. Aktywnie uczestniczył w organizacji procesu dydaktycznego na Wydziale Elektroniki Politechniki Warszawskiej. Brał czynny udział w pracach badaw czych dla gospodarki narodowej, kierował takimi pracami, pełnił funkcję koordynatora prac badawczych z teleinformatyki. Obecnie prowadzi prace naukowe dotyczące przekształceń transmisyjnych cyfrowych sygnałów elektrycznych.



Dr inż. Tadeusz Flisek urodził się w 1928 r. w Grończycach. W latach 1952-58 studiował na Politechnice Gdańskiej, uzyskał tytuł magistra inżyniera łączności – specjalność telekomutacja.

W latach 1958-1972 pracował w Zakładach Wytwórczych Urządzeń Telefonicznych (TELKOM-ZWUT) jako kierownik Oddziału Gdańskiego Wydzielonego Biura Rozwojowego. W ramach prac Biura zajmował się zagadnieniami systemowymi i układowymi automatycznych central telefonicznych systemu krzyżowego miejskich i abonenckich (Crossbar – m.in. MCA K-65, MCA K-661, MCA K-662, CRK-66).

W latach 1973–1977 pracował w Gdańskich Zakładach Teleelektronicznych (TELKOM-TELMOR) na stanowisku głównego specjalisty ds. teletechnicznych, kierując i biorąc bezpośredni udział w opracowaniu systemów łącznic telefonicznych: okrętowej (ACO-20/80) i energetycznej (ACE-20/70). Od sierpnia 1977 r. pracuje w Zakładzie Telegrafii Instytutu Łączności (Oddział w Gdańsku). Jako kierownik Pracowni Telekomutacji zajmuje się zagadnieniami systemowymi oraz sieciowymi telegrafii i arytmicznej transmisji danych.

Za udział w opracowywaniu i wdrażaniu nowych systemów komutacyjnych otrzymał 3-krotnie nagrodę Przewodniczącego Komitetu Nauki i Techniki oraz kilkakrotnie nagrodę Ministra (MPM, MŁ).

Jest autorem ponad 30 publikacji naukowo-technicznych, w tym współautorem 3 książek.

W 1981 r. obronił pracę doktorską przed Radą Naukową Instytutu Łączności w Warszawie (promotor prof. dr inż. Marian Zientalski z Politechniki Gdańskiej).



Mgr inż. Zdzisława Kuleszo urodziła się w 1955 r. w Gdańsku. W latach 1974-1979 odbyła studia na Wydziale Elektroniki Politechniki Gdańskiej, uzyskując tytuł magistra inżyniera telekomunikacji – specjalność teleinformatyka. W 1978 roku, jeszcze przed ukończeniem studiów, podjęła pracę w Instytucie Łączności w Gdańsku, gdzie pracuje do chwili obecnej. W Zakładzie Telegrafii IŁ zajmuje się zagadnieniami sieci telegraficznych.

Dr inż. Alina Karwowska-Lamparska – notkę biograficzną wydrukowano w Pracach Instytutu Łączności, nr 84, 1978.

Doc dr inż. Marian Ligmanowski – notkę biograficzną wydrukowano w Pracach Instytutu Łączności, nr 87, 1980.

Doc. dr inż. Arnold Kawecki – notkę biograficzną wydrukowano w Pracach Instytutu Łączności, nr 87, 1980.

Dr inż. Stanisław Sypniewski – notkę biograficzną wydrukowano w Pracach Instytutu Łączności, z. 4(68), 1973.

Wydawnictwa Komunikacji i Łączności – Warszawa 1984 Wydanie 1. Nakład 530+60+20 egz. Ark. wyd. 7 Ark. druk. 6,75 (8,98 A). Oddano do składania w czerwcu 1983 Podpisano do druku i druk ukończono w lutym 1984 Papier druk. sat. kl. V 70 g 70 × 100 cm Zamówienie P/71/83. K-9307 Poznańskie Zakłady Graficzne im. M. Kasprzaka Poznań, ul. Wawrzyniaka 39 Zam. 70154/83

chrones digitaux	4	0
		12
4. Arnold Kawecki – Prevision des Affaiblissements d'ondes provoqués pa	ar la pluie	
dans les trajets de faisceaux hertziens sur le territoire de la Pologne.	6	53
5. Tadeusz Flisek, Zdzisława Kuleszo - Elements d'optimisation de la strue	cture de la	
surface inferieure du reseau télegraphique national	8	31
6. Stanisław Sypniewski – Amplificateurs – modulateurs a l'efficacite	energetique	
élevee avec droites de charge commutées	9	7

# INHALTSVERZEICHNIS

1.	Alina Karwowska-Lamparska – Auswahl des optimalen Prädiktions – Algoritmus	
	bei Differenz-, Infeldkodierung des Videosignals	3
2.	Stanisław Dymowski – Mathematische Modelle der durch die Datenterminale gene-	
	rierten Isochron-Signale	21
3.	Marian Ligmanowski – Probleme der Kodierungsoptimierung der Zustande der syn-	
	chronischen Digitalautomaten	49
4.	Arnold Kawecki - Voraussichtliche Werte der Wellendampfung durch Regen in	
	den Richtfunklinien auf dem Gebiet von Polen	63
5.	Tadeusz Flisek, Zdzisława Kuleszo – Optimierungselemente der unteren Ebene des	
	Landsfernschreibnetzes	81
6.	Stanisław Sypniewski – Modulationsverstarker mit hohem Wirkungsgrad und Kom-	
	mutation der Arbeitscharakteristik	97

ISBN 83-206-0461-3