INSTYTUT ŁĄCZNOŚCI

KOŁO ZAKŁADOWE STOWARZYSZENIA ELEKTRYKÓW POLSKICH

Na prawach rękopisu

REFERATY PROBLEMOWE

Zeszyt 55

Ryszard Strużak

O PEWNYCH GRAFACH I FUNKCJACH OPISUJĄCYCH SYSTEMY RADIOKOMUNIKACYJNE

BIBLIOTEKA
Instytutu Łączności
Nr

Warszawa - lipiec 1982

Zespół Redakcyjny:
dr inż. Stanisław Sońta, mgr inż. Andrzej Stagrowski
mgr inż. Krystyna Frączek

Opracował:
prof. dr hab. inż. Ryszard Strużak
Kierownik Oddziału IŁ we Wrocławiu

Instytut Łączności, Oddział we Wrocławiu
51-622 Wrocław, ul. Kopernika 11, tel. 48-42-41, w. 22

Praca nr 2.2.03.A.02

Opiniował: dr Leszek Zaremba

Maszynopis dostarczono dnia 15 lipca 1982 r.

Przedstawiono nową rodzinę grafów i funkcji opisujących systemy radiokomunikacyjne. Podano przykłady zastosowania tego opisu formalnego do rozwiązywania niektórych zagadnień związanych z planowaniem i eksploatacją omawianych systemów. Między innymi podano nowe oszacowanie niezbędnej liczby kanałów /albo liczby chromatycznej grafu/.

BIBLIOTEKA
Instytutu Łączności
Nr S-9172

Redaktor: mgr K. Juszkiewicz Montaż tekstu: B. Drabik

Wpłynęło do Działu Wydawniczego Instytutu Łączności
w Warszawie, ul. Szachowa 1 dnia 31.VIII.1982 r.
Nakład 40 egz.

513.17

Ryszard G. Strużak

O PEWNYCH GRAFACH I FUNKCJACH OPISUJĄCYCH SYSTEMY RADIOKOMUNIKACYJNE

SPIS TREŚCI

	Str.
1. Wprowadzenie	1
2. Grafy	1
2.1. Definicje	1
2.2. Właściwości	2
3. Funkcje	2
3.1. Właściwości	3
4. Przykłady zastosowania	3
5. Wnioski	6
Wykaz literatury	6

S-9172

Ryszard G. Strużak

O PEWNYCH GRAFACH I FUNKCJACH OPISUJĄCYCH SYSTEMY RADIOKOMUNIKACYJNE

1. WPROWADZENIE

Tak do analizy jak i do syntezy dowolnego systemu radiokomunikacyjnego niezbędny jest matematyczny opis rozważanego systemu.

Weźmy pod uwagę system zawierający m radiostacji nadawczych i n radiostacji odbiorczych. Stacje są ponumerowane tak, że każdej z nich odpowiada inna liczba naturalna /nazywana numerem identyfikacyjnym/ i odwrotnie. Niech $A = \{a_i\}$, $i = 1,2,...m$ i $B = \{b_j\}$ $j = 1,2,...n$ oznaczają zbiory numerów identyfikacyjnych stacji nadawczych i odbiorczych, odpowiednio. W skrócie, a_i będziemy nazywać i-tym nadajnikiem, punktem źródłowym lub źródłem. Podobnie b_j nazywać będziemy j-tym odbiornikiem, punktem testowym lub ściekiem.

2. GRAFY

2.1. Definicje

1. Graf potencjalnych transmisji G^* jest do graf, który zawiera wszystkie źródła i ścieki jako wierzchołki oraz wszystkie te krawędzie i tylko te krawędzie, które łączą każdy nadajnik z każdym odbiornikiem.
2. Graf progowych transmisji T^* jest to subgraf grafu G^* zawierający wszystkie jego wierzchołki oraz te krawędzie i tylko te krawędzie, które odpowiadają transmisjom gwarantującym na wejściach odbiorników poziomy sygnałów nie mniejsze od zadanych wartości progowych.
3. Graf transmisji użytecznych lub podstawowych F^* jest to subgraf grafu G^* zawierający wszystkie jego wierzchołki oraz te krawędzie i tylko te krawędzie, które odpowiadają transmisjom użytecznym /pożądanym/.
4. Graf ograniczeń /więzów/ R jest to graf, którego wierzchołkami są wyłącznie źródła. Dwa wierzchołki a_i i a_k są połączone krawędzią w R wtedy i tylko wtedy, jeżeli sąsiadują one z co najmniej jednym wspólnym ściekiem w grafie F^*.

2.2. Właściwości

1. Grafy G^*, F^* i T^* są dwudzielne [1]. Zatem ich macierze sąsiedztwa można sprowadzić do postaci:

$$G^* = \begin{matrix} \\ \{a_i\} \\ \{b_j\} \end{matrix} \begin{matrix} \begin{matrix} \{a_i\} & \{b_j\} \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & G \\ G & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} \qquad F^* = \begin{matrix} \\ \{a_i\} \\ \{b_j\} \end{matrix} \begin{matrix} \begin{matrix} \{a_i\} & \{b_j\} \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & F^t \\ F & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} \qquad T^* = \begin{matrix} \\ \{a_i\} \\ \{b_j\} \end{matrix} \begin{matrix} \begin{matrix} \{a_i\} & \{b_j\} \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & T^t \\ T & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad /1/$$

gdzie:

$G = [g_{ij}]$, $g_{ij} = 1$ dla wszystkich i oraz j

$F = [f_{ij}]$, $f_{ij} = 1$ jeżeli transmisja z a_i do b_j jest pożądana; w przeciwnym przypadku $f_{ij} = 0$. F^t oznacza transponowaną macierz F.

$T = [t_{ij}]$, $t_{ij} = 1$ jeżeli poziom sygnału z a_i na wejściu b_j jest nie mniejszy niż określona wartość progowa; w przeciwnym przypadku $t_{ij} = 0$. T^t oznacza transponowaną macierz T.

2. Grafy G^*, F^* i T^* nie zawierają wierzchołków izolowanych. Zatem każda kolumna i każdy wiersz macierzy G, F i T zawiera co najmniej jeden element nie zerowy.

3. Macierz sąsiedztwa grafu R ma postać $R = [r_{ik}]$, gdzie $r_{ik} = 1$ jeżeli dla co najmniej jednej wartości j jest $f_{ij} \cdot f_{kj} = 1$, w przeciwnym przypadku $r_{ik} = 0$, $k = 1,2,\ldots m$; $r_{ii} = 0$; $r_{ik} = r_{ki}$.

4. Każdy ściek b_j w F^* generuje klikę C_j w R, przy czym wymiar C_j i stopień b_j są równe.

5. Grafy i odpowiadające im macierze są rzadkie /tj. grafy zawierają mało krawędzi, zaś macierze - jedynek/.

3. FUNKCJE

Rodzina grafów i macierzy wprowadzona powyżej może służyć jako ogólny obraz rozważanego systemu. Dla bardziej szczegółowego opisu są proponowane dwie rodziny funkcji: funkcje wierzchołkowe oraz funkcje krawędziowe.

Dziedzinę pierwszych stanowi zbiór wierzchołków, natomiast drugich - zbiór krawędzi grafu. Funkcje te określone są za pomocą odpowiednich tablic. Tablica mocy promieniowanych, tablica współrzędnych geograficznych, tablica kanałów częstotliwościowych to przykłady podstawowych funkcji wierzchołkowych.

Przykładami funkcji krawędziowych są tablice sygnałów lub tablice odległości. Pomiędzy tymi funkcjami-tablicami mogą istnieć określone związki. Tablice mogą być łączone oraz nowe tablice mogą być z nich tworzone. Na przykład: niech S_i oznacza funkcję mocy promieniowanej /funkcja wierzchołkowa/ a s_i jej wartość, tj. moc promieniowaną przez nadajnik a_i. Niech S_{ij} oznacza tablicę sygnałów /funkcja krawędziowa/ a s_{ij} jej wartość, tj. tę część mocy s_i która dociera do b_j. Wówczas, funkcja transmitancji lub tłumienności $L = [l_{ij}]$ /nowa funkcja krawędziowa/ może być zdefiniowana następująco: $l_{ij} = s_i - s_{ij}$ /dla jednostek logarytmicznych/.

3.1. Właściwości

W przedstawionej wyżej notacji i-ty nadajnik a_i jest w pełni scharakteryzowany przez i-ty wierzchołek źródłowy grafu oraz przez i-tą kolumnę tablicy, tę samą we wszystkich grafach i tablicach. Podobnie j-ty punkt testowy b_j jest w pełni opisany przez j-ty wierzchołek ściekowy grafu oraz j-ty wiersz tablicy, ten sam we wszystkich grafach i tablicach. Każda modyfikacja która dotyczy pojedynczego nadajnika, powiedzmy a_i, znajduje odbicie w odpowiednich modyfikacjach wyłącznie i-tego wierzchołka i i-tej kolumny, bez jakichkolwiek dalszych zmian reszty grafu lub tablicy. To samo dotyczy dowolnego punktu testowego, z wyjątkiem zamiennych ról wiersz - - kolumna.

Należy jednak zaznaczyć, że modyfikacja dotycząca wierzchołka grafu dotyczy jednocześnie wszystkich krawędzi do niego dołączonych.

4. PRZYKŁADY ZASTOSOWANIA

Przedstawiona wyżej notacja stanowi obraz formalny rozważanego systemu, który zawiera wszystkie istotne informacje o tym systemie. Kilka poniższych przykładów wiążących się z zagadnieniem planowania [2.3] wyjaśnia sprawę.

1. Strefa nadajnika

Strefę obsługi nadajnika można zdefiniować jako zbiór wszystkich punktów testowych dla których sygnał rozważanego nadajnika jest pożądany. W naszej notacji jest to subgraf grafu F^*, który zawiera wierzchołek źródłowy reprezentujący rozważany nadajnik wraz ze wszystkimi sąsiednimi krawędziami i wierzchołkami ściekowymi. Dla i-tego nadajnika jest to zbiór wszystkich tych wierszy w macierzy F, które zawierają element niezerowy w i-tej kolumnie.

2. Strefa punktu testowego

Definicje i sposób identyfikacji strefy punktu testowego są analogiczne jak dla nadajnika z tą różnicą, że role źródła i ścieku oraz kolumny i wiersza są zamienione.

3. Odległość nadajników

Dla dwóch nadajników a_i oraz a_k można zdefiniować tablicę odległości $[d_{ik}]$ /np. w kilometrach/, odstępów kanałowych $[c_{ik}]$ /np. w kiloherc ach/ i tłumienności $[e_{ik}]$ /np. w decybelach/, w której $e_{ik} = l_{ij} + l_{kj}$ dla $i \neq k$ oraz $e_{ik} = 0$ dla $i = k$.
Można wprowadzić również inne definicje i miary odległości nadajników.

4. Marginesy interferencyjne

Marginesy interferencyjne /IM/ w l-tym punkcie testowym można określić wprost z tablicy sygnałów:

$$[IM_{ki}]_l = s_{kl} - s_{il}$$

gdzie k oznacza nadajnik pożądany a i - zakłócający.

5. Punkty krytyczne

Punkty krytyczne, w których poziomy sygnału, marginesy interferencyjne lub odległości nadajników są mniejsze niż wymagane można zidentyfikować przez inspekcję odpowiednich stref lub całych tablic sygnałów, marginesów interferencyjnych lub odległości.

6. Konflikty

Konflikt może nastąpić gdy dwa lub więcej sygnałów pożądanych jednocześnie osiąga wspólny punkt testowy. W takim przypadku dwie lub więcej krawędzi łączy się ze wspólnym wierzchołkiem ściekowym w grafie F^* albo dwa lub więcej elementów niezerowych pojawia się we wspólnym wierszu macierzy F.

7. Konflikty wspólnokanałowe

Problem jak przydzielić kanały częstotliwościowe, aby wyeliminować konflikty wspólnokanałowe, znany jest jako słynny "problem kolorowania grafu" [2,3]. Przy kolorowaniu grafu połączone wierzchołki nie mogą otrzymać tego samego koloru, wszystkie wierzchołki muszą być pokolorowane, a całkowita liczba kolorów musi być minimalna [1]. Jeżeli kolory interpretować jak kanały częstotliwości, kolorowanie grafu R rozwiązuje potencjalne konflikty wspólnokanałowe.

8. Minimalna liczba kanałów /liczba chromatyczna/

Minimalna liczba kanałów C, konieczna do wyeliminowania konfliktów wspólnokanałowych jest liczbą chromatyczną grafu R. Jak wiadomo [1], liczba chromatyczna jest równa lub większa niż wymiar największej kliki C_j w R,

$$\max_j \left[\dim.(C_j)\right]_R, \qquad /2/$$

Z czwartej własności naszych grafów wynika, że

$$\dim.(C_j)_R = \deg(b_j)_F = \sum_i f_{ij} \qquad /3/$$

Zatem

$$C \geqslant \max_j \left[\sum_i f_{ij}\right] \qquad /4/$$

Z drugiej strony, jak wiadomo [1],

$$C \leqslant 1 + \max_i \left[\deg(a_i)_R\right] \qquad /5/$$

Stopień wierzchołka a_i w R można określić z grafu F^*:

$$\deg(a_i)_R = \left\| \overline{\bigcup_{j \in D_i} D_j} \right\|_F - 1 \qquad /6/$$

S-9172

gdzie D_i oraz D_j są strefami nadajnika a_i i punktu testowego b_j UD_j oznacza sumę zbiorów D_j, zaś $\|X\|$ oznacza moc /liczbę elementów/ zbioru X. Z /5/ i /6/ wynika:

$$C \leqslant \max_i \left\| \bigcup_{j \in D_i} D_j \right\|_F \qquad /7/$$

5. WNIOSKI

Przedstawiono formalne podejście do opisu systemów radiokomunikacyjnych. Naszkicowana notacja pozwala opisywać wszystkie istotne własności systemów w sposób systematyczny, oszczędny, kompletny i zwarty. Ma prostą interpretację i jest w naturalny sposób przystosowana do zastosowań komputerowych. Można w niej wykorzystywać zarówno dane uzyskiwane na drodze teoretycznej, jak i z wyników pomiarów. Opis środowiska elektromagnetycznego badanego systemu może być dołączony bez specjalnych trudności [3].

Przedstawiona notacja sama przez się nie może rozwiązać wszystkich trudności powstających przy gospodarce częstotliwościowej w dużych systemach radiokomunikacyjnych, lecz może służyć jako skuteczne narzędzie ułatwiające tę gospodarkę.

BIBLIOTEKA
Instytutu Łączności
Nr 5-9172

WYKAZ LITERATURY

1. Deo N.: Graph Theory with Applications. Prentice Hall Inc. N.J. 1974.

2. Hall W.: Frequency Assignment Theory and Applications. Proc of the IEEE, vol. 68, No 12, s. 1466, Dec. 1980.

3. Strużak R.G.: Optimum Frequency Planning - A New Approach. Telecom., Journal ITU, vol. 49, No 1, s. 29, Jan. 1982.